

# 25

## CORRIENTE, RESISTENCIA Y FUERZA ELECTROMOTRIZ

Una linterna de mano es un ejemplo simple de circuito eléctrico. Las baterías de la linterna suministran la energía potencial eléctrica a una corriente de electrones, los cuales fluyen a través de un filamento de foco de la linterna donde la energía potencial se transforma en luz y calor. En seguida los electrones regresan a las baterías para repetir el ciclo.

? ¿La cantidad de corriente que sale del filamento incandescente del foco de una lámpara es menor que, mayor que o igual a la cantidad de corriente que entra en el filamento?



En los cuatro capítulos anteriores estudiamos la interacción de las cargas eléctricas *en reposo*; ahora ya estamos en condiciones de estudiar las cargas *en movimiento*. Una *corriente eléctrica* consiste en cargas en movimiento de una región a otra. Cuando este desplazamiento se lleva a cabo dentro de un camino conductor que forma una espira cerrada, el camino se conoce como un *circuito eléctrico*.

Fundamentalmente, los circuitos eléctricos son un medio para llevar *energía* de un lugar a otro. Cuando se trasladan partículas con carga dentro de un circuito, se transfiere energía potencial de una fuente (como una batería o un generador) hacia un dispositivo en el que la energía o se almacena o se convierte a otra forma: en sonido en un sistema estereofónico o en calor y luz en una tostadora de pan o en el foco de una lámpara. Desde un punto de vista tecnológico, los circuitos eléctricos son útiles porque permiten transportar energía, sin emplear partes móviles (aparte de las partículas con carga moviéndose). Los circuitos eléctricos se hallan en el corazón de las linternas de mano, los reproductores de discos compactos, las computadoras, los transmisores y receptores de radio y televisión y los sistemas domésticos e industriales de distribución de energía eléctrica. El sistema nervioso de los animales y de los seres humanos es un circuito eléctrico especializado que transporta señales vitales de una parte del organismo a otra.

En el capítulo 26 veremos cómo analizar los circuitos eléctricos y examinaremos algunas de sus aplicaciones prácticas. De cualquier modo, para poder hacerlo es preciso entender las propiedades básicas de las corrientes eléctricas. Estas propiedades son el tema de este capítulo. Comenzaremos por describir la naturaleza de los conductores eléctricos y consideraremos la influencia de la temperatura en ellos. Aprenderemos por qué un alambre de cobre frío, grueso y corto es un mejor conductor que un alambre de acero caliente, delgado y largo. Estudiaremos las propiedades de las baterías y veremos cómo originan la transferencia de corriente y energía en un circuito. En este análisis utilizaremos los conceptos de corriente, diferencia de potencial (o voltaje), resistencia y fuerza electromotriz. Por último, examinaremos la corriente eléctrica en un material desde un punto de vista microscópico.

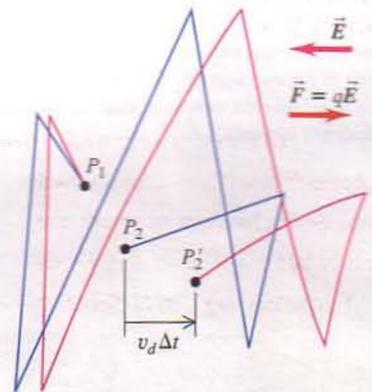
## 25.1 | Corriente eléctrica

Una **corriente** es todo movimiento de carga de una región a otra. En esta sección estudiaremos las corrientes en materiales conductores. La inmensa mayoría de las aplicaciones tecnológicas de las cargas en movimiento implican corrientes de esta clase.

En las situaciones electrostáticas (estudiadas en los capítulos del 21 al 24) el campo eléctrico es cero en todos los puntos del interior del conductor, y *no* hay corriente. No obstante, esto no significa que todas las cargas dentro del conductor estén en reposo. En un metal ordinario, como el cobre o el aluminio, algunos de los electrones tienen libertad de trasladarse dentro del material conductor. Estos electrones libres se trasladan al azar en todas direcciones, en cierta forma como las moléculas de un gas pero con rapidez mucho mayor, del orden de los  $10^6$  m/s. No obstante, los electrones no escapan del material conductor porque son atraídos hacia los iones positivos del material. El movimiento de los electrones es aleatorio; de este modo, no hay un flujo *neto* de carga en ninguna dirección y, en consecuencia, no hay corriente.

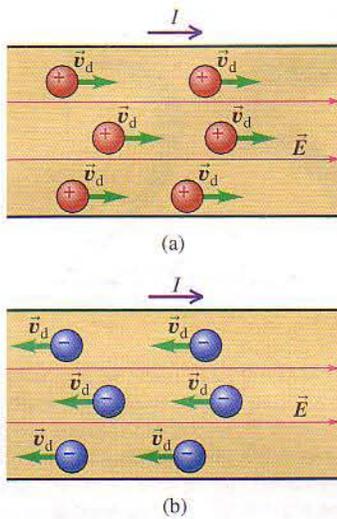
Considérese ahora lo que ocurre si se establece un campo eléctrico  $\vec{E}$  constante y estable dentro de un conductor. (Más adelante veremos cómo se hace esto). Una partícula con carga (como un electrón libre, por ejemplo) dentro del material conductor queda por tanto sometida a una fuerza constante  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Si la partícula con carga se estuviese trasladando en un *vacío*, esta fuerza constante produciría una aceleración uniforme en la dirección de  $\vec{F}$ , y al cabo de un tiempo la partícula con carga se trasladaría en esa dirección con gran rapidez. Pero una partícula con carga que se traslada en un *conductor* se somete a colisiones frecuentes con los iones de gran masa y casi fijos del material. En cada una de estas colisiones la dirección de movimiento de la partícula se somete a un cambio al azar. El efecto neto del campo eléctrico  $\vec{E}$  es que, además del movimiento aleatorio de las partículas con carga dentro del conductor, hay un movimiento neto muy lento, o *deriva*, del traslado de las partículas con carga, como grupo, en la dirección de la fuerza eléctrica  $\vec{F} = q\vec{E}$  (Fig. 25.1). Este desplazamiento se describe en términos de la **velocidad de deriva**  $\vec{v}_d$  de las partículas. En consecuencia, hay una corriente neta en el conductor.

Aunque el movimiento aleatorio de los electrones tiene una rapidez promedio muy grande, aproximada de  $10^6$  m/s, la rapidez de deriva es muy lenta, a menudo del orden de  $10^{-4}$  m/s. En vista de que los electrones se desplazan tan lentamente, uno podría preguntarse por qué la luz aparece de inmediato cuando se acciona el interruptor de una linterna. La razón es que el campo eléctrico se establece en el alambre con una rapidez próxima a la de la luz, y los electrones comienzan a trasladarse a lo largo del alambre prácticamente todos al mismo tiempo. El tiempo que le toma a un electrón individual cualquiera ir del interruptor al foco no es en realidad pertinente. Una buena analogía es un grupo de soldados que está en posición de firmes cuando el sargento les ordena comenzar a marchar; la orden llega a los oídos de los



- Trayectoria típica de un electrón en un conductor *sin* campo eléctrico:
  - Ninguna fuerza eléctrica neta sobre los electrones
  - Los electrones se trasladan al azar dentro del conductor
  - No hay una corriente neta
- Trayectoria típica de un electrón en un conductor *con* campo eléctrico:
  - La fuerza eléctrica  $\vec{F} = q\vec{E}$  impone una pequeña deriva al movimiento aleatorio del electrón
  - Hay una corriente neta

**25.1** Si no hay un campo eléctrico en el interior de un conductor, un electrón se traslada al azar del punto  $P_1$  al punto  $P_2$  en un tiempo  $\Delta t$ . Si está presente un campo eléctrico  $\vec{E}$ , la fuerza eléctrica  $\vec{F} = q\vec{E}$  impone una pequeña deriva (muy exagerada aquí) que lleva al electrón al punto  $P_2'$ , a una distancia  $v_d \Delta t$  desde  $P_2$  en la dirección de la fuerza. El electrón tiene una carga negativa  $q$ ; por tanto, la fuerza se ejerce en dirección opuesta a la de  $\vec{E}$ .



**25.2** Una misma corriente puede ser producto de (a) cargas positivas que se trasladan en la dirección del campo eléctrico  $\vec{E}$  o (b) el mismo número de cargas negativas que se desplazan con la misma rapidez en dirección opuesta a  $\vec{E}$ .

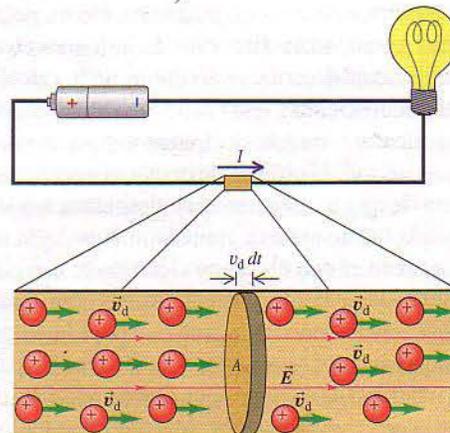
soldados con la rapidez del sonido, que es mucho mayor que su rapidez de marcha, y de este modo todos los soldados comienzan a marchar prácticamente al unísono.

La deriva del traslado de cargas a través de un conductor se puede interpretar en términos de trabajo y energía. El campo eléctrico  $\vec{E}$  realiza trabajo en el traslado de cargas. La energía cinética resultante se transfiere al material del conductor por medio de colisiones con los iones, los cuales vibran próximos a sus posiciones de equilibrio en la estructura cristalina del conductor. Esta transferencia de energía aumenta la energía promedio de vibración de los iones y, por consiguiente, la temperatura del material. Es así que gran parte del trabajo realizado por el campo eléctrico se invierte en calentar el conductor, *no* en hacer que las cargas en movimiento se trasladen cada vez más rápidamente. En algunos casos este calentamiento es útil, como en una tostadora eléctrica, pero en muchas situaciones es simplemente un subproducto inevitable del flujo de corriente.

En los diferentes materiales portadores de corriente, las cargas de las partículas en movimiento pueden ser positivas o negativas. En los metales las cargas en movimiento siempre son electrones (negativos), mientras que en un gas ionizado (plasma) o en una solución iónica las cargas en movimiento pueden ser tanto electrones como iones con carga positiva. En un material semiconductor, como el germanio o el silicio, la conducción se efectúa en parte merced a los electrones y en parte al movimiento de *vacantes*, también conocidas como *huecos*; se trata de los lugares donde faltan electrones y que actúan como cargas positivas.

La figura 25.2 muestra segmentos de dos materiales diferentes portadores de corriente. En la figura 25.2a las cargas en movimiento son positivas, la fuerza eléctrica tiene la misma dirección que  $\vec{E}$ , y la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  es de izquierda a derecha. En la figura 25.2b las cargas son negativas, la fuerza eléctrica es opuesta a  $\vec{E}$ , y la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  es de derecha a izquierda. En ambos casos hay un flujo neto de carga positiva de izquierda a derecha, y las cargas positivas terminan a la derecha de las negativas. *Definimos* la dirección de la corriente, que se representa como  $I$ , como aquella en la que hay un flujo de carga *positiva*. Así que, describimos las corrientes como si consistiesen enteramente de un flujo de cargas positivas, incluso en los casos en los que sabemos que la corriente real se debe a electrones. Por tanto, la corriente es hacia la derecha tanto en la figura 25.2a como en la 25.2b. Esta elección o convención respecto a la dirección del flujo de corriente se conoce como **corriente convencional**. Si bien la dirección de la corriente convencional *no* es necesariamente la misma que la dirección en la que las partículas con carga se trasladan en efecto, veremos que el signo de las cargas en movimiento tiene poca importancia en el análisis de los circuitos eléctricos.

**25.3** La corriente  $I$  a través del área de sección transversal  $A$  es la proporción de transferencia de carga con respecto al tiempo a través de  $A$ . En promedio, la componente aleatoria del movimiento de cada partícula con carga en movimiento es *cero*, y la corriente tiene la misma dirección que  $\vec{E}$ . Si las cargas en movimiento son *positivas*, como aquí se muestra, la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  tiene la misma dirección que la corriente y  $\vec{E}$ ; si las cargas en movimiento son *negativas*, la velocidad de deriva es en dirección *opuesta*.



La figura 25.3 muestra un segmento de un conductor en el que circula una corriente. Consideramos que las cargas en movimiento son *positivas*; por tanto, se trasladan en la misma dirección que la corriente. Definimos la corriente a través del área de sección transversal  $A$  como *la carga neta que fluye a través del área por unidad de tiempo*. Por consiguiente, si una carga neta  $dQ$  fluye a través de un área en un tiempo  $dt$ , la corriente  $I$  a través del área es

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (\text{definición de corriente}) \quad (25.1)$$

**CUIDADO** Aunque nos referimos a la *dirección* de una corriente, la corriente tal como la define la ecuación (25.1) *no* es una cantidad vectorial. En un alambre que transporta corriente, la corriente siempre va a lo largo del alambre, no importa si el alambre es recto o curvo. Ningún vector solo podría describir el movimiento a lo largo de una trayectoria curva, y es por ello que la corriente no es un vector. Por lo regular describiremos la dirección de la corriente ya sea con palabras (como "la corriente fluye en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del circuito") o eligiendo una corriente como positiva si fluye en un sentido a lo largo de un conductor y negativa si fluye en el otro sentido.

La unidad SI de corriente es el **ampere**; se define un ampere como *un coulomb por segundo* ( $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ ). Esta unidad se llama así en honor del científico francés André Marie Ampère (1775–1836). Cuando se enciende una linterna ordinaria (de pilas tamaño D), la corriente en ella es aproximadamente de 0.5 a 1 A; la corriente en los cables de un motor de arranque con el que se pone en marcha el motor de un automóvil es del orden de 200 A. Las corrientes de los circuitos de radio y de televisión se expresan habitualmente en *miliampere* ( $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$ ) o *microampere* ( $1 \mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$ ), y las de los circuitos de computadora se expresan en *nanoampere* ( $1 \text{ nA} = 10^{-9} \text{ A}$ ) o *picoampere* ( $1 \text{ pA} = 10^{-12} \text{ A}$ ).

### Corriente, velocidad de deriva y densidad de corriente

Podemos expresar la corriente en términos de la velocidad de deriva de las cargas en movimiento. Considérese de nuevo la situación de la figura 25.3: un conductor con área de sección transversal  $A$  y un campo eléctrico  $\vec{E}$  dirigido de izquierda a derecha. Para comenzar, supondremos que las cargas libres del conductor son positivas; entonces la velocidad de deriva tiene la misma dirección que el campo.

Supóngase que hay  $n$  partículas con carga por unidad de volumen. Sea  $n$  la **concentración** de partículas; su unidad SI es  $\text{m}^{-3}$ . Supóngase además que todas las partículas se trasladan con la misma velocidad de deriva de magnitud  $v_d$ . En un intervalo de tiempo  $dt$ , cada partícula se traslada una distancia  $v_d dt$ . Las partículas que salen del extremo derecho del cilindro sombreado de longitud  $v_d dt$  durante  $dt$  son las partículas que estaban adentro de este cilindro al iniciar el intervalo  $dt$ . El volumen del cilindro es  $Av_d dt$ , y el número de partículas en su interior es  $nAv_d dt$ . Si cada partícula tiene una carga  $q$ , la carga  $dQ$  que sale del extremo del cilindro durante el tiempo  $dt$  es

$$dQ = q(nAv_d dt) = nqv_d A dt$$

y la corriente es

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_d A$$

La corriente *por unidad de área de sección transversal* se denomina la **densidad de corriente**  $J$ :

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

Las unidades de densidad de corriente son ampere por metro cuadrado ( $A/m^2$ ).

Si las cargas en movimiento son negativas en vez de positivas, como en la figura 25.2b, la velocidad de deriva es opuesta a  $\vec{E}$ . Pero la *corriente* sigue teniendo la misma dirección que  $\vec{E}$  en cada punto del conductor. Por consiguiente, la corriente  $I$  y la densidad de corriente  $J$  no dependen del signo de la carga, y es por ello que en las expresiones anteriores de  $I$  y  $J$  sustituimos la carga  $q$  por su valor absoluto  $|q|$ :

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A \quad (\text{expresión general de la corriente}) \quad (25.2)$$

$$J = \frac{I}{A} = n|q|v_d \quad (\text{expresión general de la densidad de corriente}) \quad (25.3)$$

La corriente en un conductor es el producto de la concentración de partículas con carga en movimiento por la magnitud de la carga en cada una de esas partículas, la magnitud de la velocidad de deriva y el área de sección transversal del conductor.

Se puede definir además una densidad de corriente *vectorial*  $\vec{J}$  que incluye la dirección de la velocidad de deriva:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad (\text{densidad de corriente vectorial}) \quad (25.4)$$

La ecuación (25.4) *no* contiene ningún signo de valor absoluto. Si  $q$  es positiva,  $\vec{v}_d$  tiene la misma dirección que  $\vec{E}$ ; si  $q$  es negativa,  $\vec{v}_d$  es opuesta a  $\vec{E}$ . En ambos casos,  $\vec{J}$  tiene la misma dirección que  $\vec{E}$ . La ecuación (25.3) proporciona la *magnitud*  $J$  de la densidad de corriente vectorial  $\vec{J}$ .

**CUIDADO** Dése cuenta que la densidad de corriente  $\vec{J}$  es un vector, pero no la corriente  $I$ . La diferencia radica en que la densidad de corriente  $\vec{J}$  describe cómo fluyen las cargas en un punto determinado, y la dirección del vector se refiere a la dirección del flujo en ese punto. En cambio, la corriente  $I$  describe cómo fluyen las cargas a través de un objeto extenso, como un alambre. Por ejemplo,  $I$  tiene el mismo valor en todos los puntos del circuito de la figura 25.3, pero  $\vec{J}$  no: la densidad de corriente se dirige hacia arriba en el lado izquierdo de la espira y hacia abajo en el lado derecho. También la magnitud de  $\vec{J}$  puede variar alrededor de un circuito. En la figura 25.3 la magnitud de la densidad de corriente  $J = I/A$  es menor en la batería (que tiene un área de sección transversal  $A$  grande) que en los alambres (cuya área de sección transversal es pequeña).



**25.4** Parte del circuito eléctrico que incluye este foco pasa por un vaso con una solución de cloruro de sodio. En la solución, la corriente es transportada tanto por cargas positivas (iones  $Na^+$ ) como por cargas negativas (iones  $Cl^-$ ).

En general, un conductor puede contener varias clases de partículas con carga en movimiento, con cargas  $q_1, q_2, \dots$ , concentraciones  $n_1, n_2, \dots$ , y velocidades de deriva de magnitudes  $v_{d1}, v_{d2}, \dots$ . Un ejemplo es el flujo de corriente en una solución iónica (Fig. 25.4). En una solución de cloruro de sodio, la corriente puede ser transportada tanto por los iones sodio positivos como por los iones cloruro negativos; la corriente total  $I$  se halla sumando las corrientes debidas a cada clase de partícula con carga mediante la ecuación (25.2). De la misma manera, la densidad de corriente vectorial total  $\vec{J}$  se encuentra aplicando la ecuación (25.4) a cada clase de partícula con carga y sumando los resultados.

En la sección 25.4 veremos que es posible tener una corriente *estacionaria* (es decir, que es constante en el tiempo) sólo si el material conductor forma una espira cerrada, conocida como *circuito completo*. En una situación estacionaria de este tipo, la carga total en todos los segmentos del conductor es constante. Por consiguiente, la proporción de flujo de carga *hacia afuera* de un extremo de un segmento en un instante cualquiera es igual a la proporción de flujo de carga *hacia adentro* en el otro extremo del segmento, y *la corriente es la misma en todas*

las secciones transversales del circuito. Haremos uso de esta observación cuando analicemos circuitos eléctricos más adelante en este capítulo.

En muchos circuitos simples, como los de las linternas de mano o los taladros eléctricos inalámbricos, el sentido de la corriente siempre es el mismo, y a esto se le llama *corriente continua*. Pero los aparatos electrodomésticos como tostadoras, refrigeradores y televisores utilizan *corriente alterna*, en la cual el sentido de la corriente cambia constantemente. En este capítulo consideraremos sólo la corriente continua. La corriente alterna tiene muchas características especiales que ameritan un estudio pormenorizado, y la cual examinaremos en el capítulo 31.

### Ejemplo 25.1

## Densidad de corriente y velocidad de deriva en un alambre

Un alambre de cobre de calibre 18 (el tamaño que se utiliza normalmente en los cables de lámpara) tiene un diámetro nominal de 1.02 mm. Este alambre transporta una corriente constante de 1.67 A hacia una lámpara de 200 watt. La densidad de electrones libres es de  $8.5 \times 10^{28}$  electrones por metro cúbico. Proporcione la magnitud de a) la densidad de corriente y b) la velocidad de deriva.

La magnitud de la densidad de corriente es

$$J = \frac{I}{A} = \frac{1.67 \text{ A}}{8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 2.04 \times 10^6 \text{ A/m}^2$$

b) Despejando la magnitud de la velocidad de deriva  $v_d$  de la ecuación (25.3) se obtiene

$$v_d = \frac{J}{n|q|} = \frac{2.04 \times 10^6 \text{ A/m}^2}{(8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})|-1.60 \times 10^{-19} \text{ C}|} = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m/s} = 0.15 \text{ mm/s}$$

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** Se tiene la corriente y las dimensiones del alambre; de este modo, la magnitud  $J$  de la densidad de corriente se halla por medio de la ecuación (25.3). Esta misma ecuación permite encontrar la rapidez de deriva  $v_d$  a partir de  $J$  y la concentración de electrones.

**EJECUTAR:** El área de sección transversal es

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (1.02 \times 10^{-3} \text{ m})^2}{4} = 8.17 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

**EVALUAR:** A esta rapidez un electrón tardaría 6700 s (alrededor de 1 h 50 min) en recorrer la longitud de un alambre de 1 m de largo. La rapidez del movimiento aleatorio de los electrones es del orden de  $10^6$  m/s. De modo que en este ejemplo la rapidez de deriva es aproximadamente  $10^{10}$  veces más lenta que la rapidez del movimiento aleatorio. ¡Imagine a los electrones rebotando frenéticamente por todas partes, con una deriva sumamente lenta y morosa!

### Evalúe su comprensión

Suponga que el alambre del ejemplo 25.1 se sustituye por un alambre de cobre de calibre 12, cuyo diámetro es dos veces mayor que el del alambre de calibre 18. Si la corriente sigue siendo la misma, ¿cuál es la nueva magnitud de la velocidad de deriva?

## 25.2 | Resistividad

La densidad de corriente  $\vec{J}$  de un conductor depende del campo eléctrico  $\vec{E}$  y de las propiedades del material. En general, esta dependencia puede ser muy compleja. Pero en el caso de ciertos materiales, en especial metales, a una temperatura dada,  $\vec{J}$  es casi *directamente proporcional* a  $\vec{E}$ , y la relación de las magnitudes  $E$  y  $J$  es constante. Esta relación, llamada **ley de Ohm**, fue descubierta en 1826 por el físico alemán Georg Simon Ohm (1787–1854). En realidad, la palabra “ley” debe ponerse entre comillas, porque la ley de Ohm, al igual que la ecuación del gas ideal y la ley de Hooke, es un *modelo idealizado* que describe bastante bien el comportamiento de ciertos materiales pero no es una descripción general de *toda* la materia. En la exposición que sigue supondremos que la ley de Ohm es válida, no obstante que existen muchas situaciones en las que no lo es. La situación es comparable a nuestra representación del comportamiento de las fuerzas de fricción estática y cinética; tratamos estas fuerzas de fricción como directamente proporcionales a la fuerza normal, no obstante que sabíamos que se trataba, en el mejor de los casos, de una descripción aproximada.

Tabla 25.1 Resistividades a temperatura ambiente (20°C)

Sustancia		$\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )	Sustancia	$\rho$ ( $\Omega \cdot m$ )
<i>Conductores</i>	<i>Semiconductores</i>			
Metales:	Plata	$1.47 \times 10^{-8}$	Carbono puro (grafito)	$3.5 \times 10^{-5}$
	Cobre	$1.72 \times 10^{-8}$	Germanio puro	0.60
	Oro	$2.44 \times 10^{-8}$	Silicio puro	2300
	Aluminio	$2.75 \times 10^{-8}$	<i>Aisladores</i>	
	Tungsteno	$5.25 \times 10^{-8}$	Ámbar	$5 \times 10^{14}$
	Acero	$20 \times 10^{-8}$	Vidrio	$10^{10}$ – $10^{14}$
	Plomo	$22 \times 10^{-8}$	Lucita	$> 10^{13}$
	Mercurio	$95 \times 10^{-8}$	Mica	$10^{11}$ – $10^{15}$
Aleaciones:	Manganina (Cu 84%, Mn 12%, Ni 4%)	$44 \times 10^{-8}$	Cuarzo (fundido)	$75 \times 10^{16}$
	Constantán (Cu 60%, Ni 40%)	$49 \times 10^{-8}$	Azufre	$10^{15}$
	Nicromo	$100 \times 10^{-8}$	Teflón	$> 10^{13}$
			Madera	$10^8$ – $10^{11}$

Definimos la **resistividad**  $\rho$  de un material como la relación de las magnitudes del campo eléctrico y de la densidad de corriente:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (\text{definición de resistividad}) \quad (25.5)$$

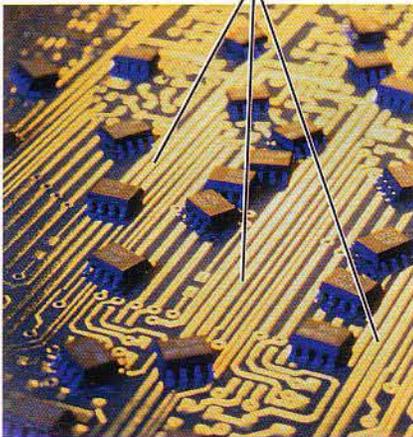
Cuanto más grande es la resistividad, tanto mayor es el campo que se necesita para generar una densidad de corriente determinada, o tanto menor es la densidad de corriente generada por un campo dado. De acuerdo con la ecuación (25.5), las unidades de  $\rho$  son  $(V/m)/A/m^2 = V \cdot m/A$ . Como veremos en la sección que sigue,  $1 V/A$  es lo que se conoce como un *ohm* ( $1 \Omega$ ; se emplea la letra griega  $\Omega$  u “omega”, que es una alteración de “ohm”). Por tanto, las unidades SI de  $\rho$  son  $\Omega \cdot m$  (ohm-metros). La tabla 25.1 muestra algunos valores representativos de resistividad. Un conductor perfecto tendría una resistividad de cero, y un aislador perfecto tendría resistividad infinita. Los metales y aleaciones tienen las resistividades más pequeñas y son los mejores conductores. Las resistividades de los aisladores son mayores que las de los metales por un factor enorme, del orden de  $10^{22}$ .

El recíproco de la resistividad es la **conductividad**. Sus unidades son  $(\Omega \cdot m)^{-1}$ . Los buenos conductores de electricidad tienen una conductividad más grande que los aisladores. La conductividad es el análogo eléctrico directo de la conductividad térmica. Si se compara la tabla 25.1 con la tabla 17.5 (Conductividades térmicas), se advierte que los buenos conductores eléctricos, como los metales, también son por lo regular buenos conductores del calor. Los malos conductores eléctricos, como los materiales cerámicos y plásticos, también son malos conductores térmicos. En un metal, los electrones libres que transportan carga en la conducción eléctrica también proporcionan el mecanismo principal de la conducción de calor, por lo que es de esperar una correlación entre la conductividad eléctrica y la térmica. Debido a la enorme diferencia de conductividad entre los conductores y los aisladores eléctricos, es fácil confinar las corrientes eléctricas a caminos o circuitos bien definidos (Fig. 25.5). La variación en cuanto a conductividad *térmica* es mucho menor, sólo un factor de alrededor de  $10^3$ , y normalmente es imposible confinar las corrientes térmicas en esa medida.

Los *semiconductores* tienen resistividades intermedias entre las de los metales y las de los aisladores. Estos materiales son importantes en virtud de la manera en que la temperatura y la presencia de pequeñas cantidades de impurezas influyen en su resistividad.

Un material que obedece la ley de Ohm razonablemente bien se describe como un conductor *ohmico* o un conductor *lineal*. En estos materiales, y a una tempera-

Caminos conductores (trazos)



**25.5** Los “alambres” de cobre, o trazos, de esta tarjeta de circuitos han sido impresos directamente en la superficie de la tarjeta aislante de color oscuro. A pesar de que los trazos están muy próximos unos de otros (a sólo alrededor de un milímetro de distancia), la tarjeta tiene una resistividad tan grande (y una conductividad tan baja) en comparación con el cobre que no puede fluir corriente entre los trazos.

tura dada,  $\rho$  es una *constante* que no depende del valor de  $E$ . Muchos materiales muestran desviaciones importantes respecto al comportamiento que describe la ley de Ohm; son *no óhmicos* o *no lineales*. En estos materiales,  $J$  depende de  $E$  de un modo más complicado.

Las analogías con el flujo de fluidos son de gran ayuda para desarrollar la intuición acerca de la corriente eléctrica y los circuitos. Por ejemplo, durante la elaboración de vino o jarabe de arce, a veces se filtra el producto para eliminar sedimentos. Una bomba impulsa el fluido a pasar a través del filtro en condiciones de presión; si la proporción de flujo (análogo a  $J$ ) es proporcional a la diferencia de presión entre los lados corriente arriba y corriente abajo (análogo a  $E$ ), el comportamiento es análogo a la ley de Ohm.

### Resistividad y temperatura

La resistividad de un conductor *metálico* casi siempre aumenta con la temperatura, como se muestra en la figura 25.6a. A medida que sube la temperatura, los iones del conductor vibran con mayor amplitud, lo que aumenta la probabilidad de que un electrón en movimiento choque con un ion como en la figura 25.1; esto dificulta la deriva de electrones a través del conductor y, por tanto, reduce la corriente. A lo largo de un pequeño intervalo de temperatura (hasta 100°C, más o menos), la ecuación siguiente representa aproximadamente la resistividad de un metal:

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (25.6)$$

(dependencia de la resistividad respecto a la temperatura)

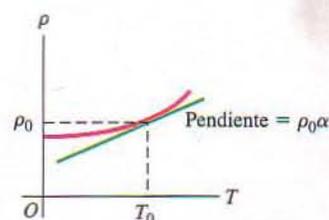
donde  $\rho_0$  es la resistividad a una temperatura de referencia  $T_0$  (con frecuencia 0°C o 20°C), y  $\rho(T)$  es la resistividad a la temperatura  $T$ , que puede ser mayor o menor que  $T_0$ . El factor  $\alpha$  se denomina **coeficiente de temperatura de la resistividad**. En la tabla 25.2 se presentan algunos valores representativos. La resistividad de la aleación manganina es prácticamente independiente de la temperatura.

**Tabla 25.2** Coeficientes de temperatura de la resistividad (valores aproximados cerca de la temperatura ambiente)

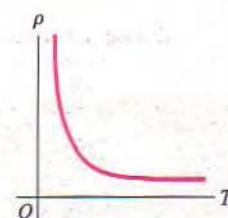
Material	$\alpha [(\text{°C})^{-1}]$	Material	$\alpha [(\text{°C})^{-1}]$
Aluminio	0.0039	Manganina	0.00000
Carbono (grafito)	-0.0005	Mercurio	0.00088
Cobre	0.00393	Nicromo	0.0004
Constantán	0.00001	Plata	0.0038
Hierro	0.0050	Plomo	0.0043
Latón	0.0020	Tungsteno	0.0045

La resistividad del grafito (un no metal) *disminuye* al aumentar la temperatura, porque a temperaturas más altas se “sueltan” de los átomos más electrones, que se tornan móviles; por tanto, el coeficiente de temperatura de la resistividad del grafito es negativo. Este mismo comportamiento se presenta en los semiconductores (Fig. 25.6b). La medición de la resistividad de un cristal semiconductor pequeño es, por consiguiente, una medida sensible de la temperatura; éste es el principio de un tipo de termómetro que se llama *termistor*.

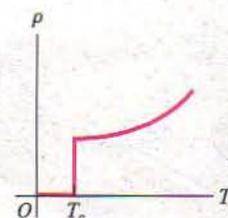
Ciertos materiales, entre ellos varias aleaciones y óxidos metálicos, presentan un fenómeno llamado *superconductividad*. A medida que la temperatura baja, al principio la resistividad disminuye uniformemente, como la de cualquier metal. Pero luego, a cierta temperatura crítica  $T_c$ , se produce una transición de fase y la resistividad desciende abruptamente a cero, como se muestra en la figura 25.6c. Una vez que se ha establecido una corriente en un anillo superconductor, continúa indefinidamente sin la presencia de campo alguno que la impulse.



(a) Metal:  
 $\rho$  aumenta con el incremento de  $T$



(b) Semiconductor:  
 $\rho$  disminuye al aumentar  $T$



(c) Superconductor:  
 $\rho = 0$  cuando  $T < T_c$

**25.6** Variación de la resistividad  $\rho$  con la temperatura absoluta  $T$  en (a) un metal normal, (b) un semiconductor y (c) un superconductor. En (a) la aproximación lineal a  $\rho$  en función de  $T$  se muestra como una línea verde; la aproximación coincide exactamente en  $T = T_0$ , donde  $\rho = \rho_0$ .

La superconductividad fue descubierta en 1911 por el físico holandés Heike Kamerlingh Onnes (1853–1926). Este científico descubrió que a temperaturas muy bajas, por debajo de 4.2 K, la resistividad del mercurio disminuía súbitamente a cero. Durante los 75 años siguientes, la máxima  $T_c$  alcanzada fue de alrededor de 20 K. Esto significaba que había superconductividad sólo cuando se enfriaba el material por medio de costoso helio líquido, con una temperatura de ebullición de 4.2 K, o hidrógeno líquido explosivo, con un punto de ebullición de 20.3 K. Sin embargo, en 1986 Karl Muller y Johannes Bednorz descubrieron un óxido de bario, lantano y cobre con una  $T_c$  de casi 40 K, y se así se inició la carrera para encontrar materiales superconductores a “alta temperatura”.

Ya para 1987 se había hallado un óxido complejo de itrio, cobre y bario con un valor de  $T_c$  muy por encima de la temperatura de ebullición de 77 K del nitrógeno líquido, un refrigerante a la vez económico y no peligroso. La marca actual (2003) de  $T_c$  es de aproximadamente 160 K, y es posible que lleguen a ser una realidad los materiales superconductores a temperatura ambiente. Las implicaciones de estos descubrimientos con respecto a los sistemas de distribución de electricidad, el diseño de computadoras y el transporte son enormes. Por lo pronto, se utilizan electroimanes superconductores enfriados por helio líquido en aceleradores de partículas y en ciertos ferrocarriles experimentales de levitación magnética. Los superconductores tienen otras propiedades poco corrientes cuya exploración demanda conocimientos de magnetismo; los estudiaremos con más detenimiento en el capítulo 29.

### Evalúe su comprensión

Se mantiene un campo eléctrico constante en el interior de un objeto semiconductor al mismo tiempo que se reduce la temperatura del semiconductor. ¿Qué le ocurre a la densidad de corriente del semiconductor?

## 25.3 | Resistencia

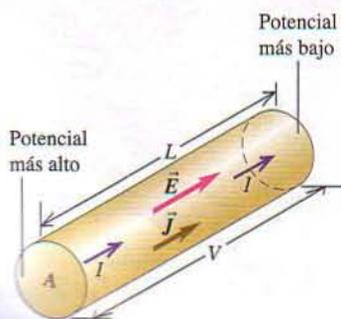
En el caso de un conductor con resistividad  $\rho$ , la densidad de corriente  $\vec{J}$  en un punto donde el campo eléctrico es  $\vec{E}$  está dada por la ecuación (25.5), la cual se puede escribir como

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad (25.7)$$

Cuando se obedece la ley de Ohm,  $\rho$  es constante e independiente de la magnitud del campo eléctrico; por tanto,  $\vec{E}$  es directamente proporcional a  $\vec{J}$ . De cualquier modo, en muchos casos, nos interesa más la corriente total en un conductor que  $\vec{J}$ , y más la diferencia de potencial entre los extremos del conductor que  $\vec{E}$ . Esto es así en gran medida porque es mucho más fácil medir la corriente y la diferencia de potencial que  $\vec{J}$  y  $\vec{E}$ .

Supóngase que nuestro conductor es un alambre con área de sección transversal uniforme  $A$  y longitud  $L$ , como se muestra en la figura 25.7. Sea  $V$  la diferencia de potencial entre los extremos de mayor potencial y menor potencial del conductor, de modo que  $V$  es positiva. La dirección de la corriente es siempre del extremo de mayor potencial al extremo de menor potencial. Esto se debe a que en un conductor la corriente fluye en la dirección de  $\vec{E}$ , no importa cuál sea el signo de las cargas que se trasladan (Fig. 25.2), y a que  $\vec{E}$  apunta en la dirección de potencial eléctrico *decreciente* (véase la sección 23.2). A medida que la corriente circula a través de la diferencia de potencial, se pierde energía potencial eléctrica; esta energía se transfiere a los iones del material conductor durante las colisiones.

También se puede relacionar el *valor* de la corriente  $I$  con la diferencia de potencial entre los extremos del conductor. Si las magnitudes respectivas de la densidad de corriente  $\vec{J}$  y el campo eléctrico  $\vec{E}$  son uniformes en todo el conductor, la



**25.7** Conductor con sección transversal uniforme. La densidad de corriente es uniforme en cualquier sección transversal y el campo eléctrico es constante a todo lo largo. La corriente fluye del potencial más alto al más bajo.

corriente total  $I$  está dada por  $I = JA$ , y la diferencia de potencial  $V$  entre los extremos es  $V = EL$ . Cuando se despejan  $J$  y  $E$ , respectivamente, de estas ecuaciones y se sustituyen los resultados en la ecuación (25.7) se obtiene

$$\frac{V}{L} = \frac{\rho I}{A} \quad \text{o} \quad V = \frac{\rho L}{A} I \quad (25.8)$$

Esto demuestra que, cuando  $\rho$  es constante, la corriente total  $I$  es proporcional a la diferencia de potencial  $V$ .

La proporción de  $V$  a  $I$  con respecto a un conductor en particular se conoce como su **resistencia**  $R$ :

$$R = \frac{V}{I} \quad (25.9)$$

Si se compara esta definición de  $R$  con la ecuación (25.8), se ve que la resistencia  $R$  de un conductor en particular está relacionada con la resistividad  $\rho$  de su material como sigue:

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (\text{relación entre resistencia y resistividad}) \quad (25.10)$$

Si  $\rho$  es constante, como en el caso de los materiales óhmicos, entonces también lo es  $R$ . La ecuación

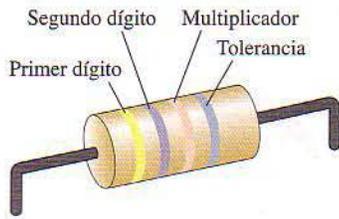
$$V = IR \quad (\text{relación entre voltaje, corriente y resistencia}) \quad (25.11)$$

suele identificarse con la ley de Ohm, pero es importante comprender que el verdadero contenido de la ley de Ohm es la proporcionalidad directa (en el caso de ciertos materiales) de  $V$  con respecto a  $I$  o de  $J$  con respecto a  $E$ . La ecuación (25.9) o la (25.11) define la resistencia  $R$  de cualquier conductor, ya sea que obedezca la ley de Ohm o no, pero sólo cuando  $R$  es constante es correcto llamar ley de Ohm a esta relación.

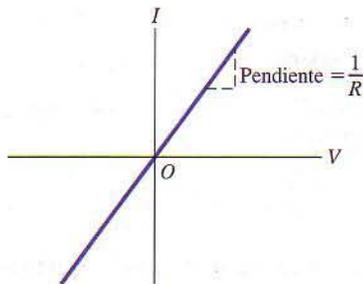
La ecuación (25.10) muestra que la resistencia de un alambre u otro conductor de sección transversal uniforme es directamente proporcional a su longitud e inversamente proporcional a su área de sección transversal. También es proporcional a la resistividad del material con que se fabrica el conductor.

Una vez más resulta útil la analogía con el flujo de fluidos. En analogía con la ecuación (25.10), una manguera delgada para agua ofrece más resistencia al flujo que una gruesa, y una manguera más larga tiene más resistencia que una corta. Podemos incrementar la resistencia al flujo relleno la manguera con algodón o arena. Esto corresponde a aumentar la resistividad. La proporción de flujo es aproximadamente proporcional a la diferencia de presión entre los extremos. La relación de flujo es análoga a la corriente, y la diferencia de presión lo es a la diferencia de potencial ("voltaje"). No hay que llevar demasiado lejos esta analogía, sin embargo; por lo regular, la relación de flujo de agua en un tubo *no* es proporcional a su área de sección transversal (véase la sección 14.6).

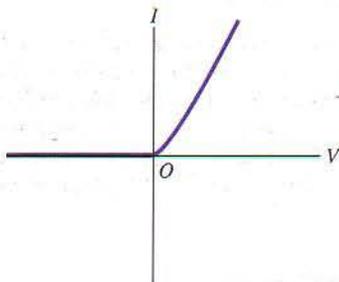
La unidad de resistencia es el **ohm**, que equivale a un volt por ampere ( $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ ). El **kilohm** ( $1 \text{ k}\Omega = 10^3 \Omega$ ) y el **megaohm** ( $1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega$ ) también son de uso común. Un tramo de 100 m de alambre de cobre de calibre 12, el tamaño que se utiliza habitualmente en el cableado doméstico, tiene una resistencia a temperatura ambiente de alrededor de  $0.5 \Omega$ . Un foco de 100 W y 120 V tiene una resistencia (a la temperatura de operación) de  $140 \Omega$ . Si tanto en el alambre de cobre como en el foco fluye una misma corriente  $I$  la diferencia de potencial  $V = IR$  es mucho mayor entre los bornes del foco, y en ésta se pierde mucha más energía potencial por carga en el foco. El filamento del foco transforma esta energía perdida en luz y calor. No es deseable que el cableado de una casa se ponga incandescente.



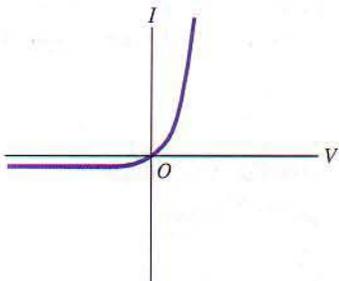
**25.8** Este resistor tiene una resistencia de  $47 \text{ k}\Omega$  con una precisión (tolerancia) de  $\pm 10\%$ .



(a) Resistor que obedece la ley de Ohm



(b) Diodo de vacío (no obedece la ley de Ohm)



(c) Diodo semiconductor (no obedece la ley de Ohm)

**25.9** Relaciones entre corriente y voltaje en tres dispositivos. Sólo en el caso de un resistor que obedece la ley de Ohm, como en (a), es la corriente  $I$  proporcional al voltaje  $V$ .

te, y por esta razón su resistencia se mantiene baja empleando alambre de poca resistividad y gran área de sección transversal.

Ya que la resistividad de un material varía con la temperatura, también la resistencia de un conductor específico varía con ella. En el caso de intervalos de temperatura no demasiado grandes, esta variación es aproximadamente una relación lineal, análoga a la ecuación 25.6:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (25.12)$$

En esta ecuación,  $R(T)$  es la resistencia a la temperatura  $T$ , y  $R_0$  es la resistencia a la temperatura  $T_0$ , que se suele tomar como  $0^\circ\text{C}$  o  $20^\circ\text{C}$ . El *coeficiente de temperatura de la resistencia*  $\alpha$  es la misma constante que aparece en la ecuación (25.6) si las dimensiones  $L$  y  $A$  de la ecuación (25.10) no cambian en grado apreciable con la temperatura; éste es efectivamente el caso de casi todos los materiales conductores (véase el problema 25.63). Dentro de los límites de validez de la ecuación (25.12), el cambio de resistencia resultante de un cambio de temperatura  $T - T_0$  está dado por  $R_0\alpha(T - T_0)$ .

Un dispositivo de circuito fabricado de modo que tenga un valor específico de resistencia entre sus extremos se llama **resistor**. Se pueden adquirir fácilmente en el comercio resistores desde  $0.01$  hasta  $10^7 \Omega$ . Los resistores individuales que se utilizan en circuitos electrónicos suelen ser de forma cilíndrica, de unos pocos milímetros de diámetro y de longitud, con alambres que sobresalen de sus extremos. La resistencia puede estar marcada con un código estándar de tres o cuatro bandas de color cerca de uno de sus extremos (Fig. 25.8), de acuerdo con el esquema que se muestra en la tabla 25.3. Las primeras dos bandas (a partir de la banda más próxima a un extremo) son dígitos, y la tercera es un multiplicador de potencia de diez, como se muestra en la figura 25.8. Por ejemplo, amarillo-violeta-naranja significa  $47 \times 10^3 \Omega$ , o  $47 \text{ k}\Omega$ . La cuarta banda, si está presente, indica la precisión del valor; la ausencia de banda indica  $\pm 20\%$ , una banda plateada,  $\pm 10\%$ , y una banda dorada,  $\pm 5\%$ . Otra característica importante de un resistor es la *energía eléctrica* máxima que puede disipar sin sufrir daño. Volveremos a este punto en la sección 25.5.

Tabla 25.3 Códigos de color para resistores

Color	Valor como dígito	Valor como multiplicador
Negro	0	1
Pardo	1	10
Rojo	2	$10^2$
Naranja	3	$10^3$
Amarillo	4	$10^4$
Verde	5	$10^5$
Azul	6	$10^6$
Violeta	7	$10^7$
Gris	8	$10^8$
Blanco	9	$10^9$

En el caso de los resistores que obedecen la ley de Ohm, una gráfica de la corriente en función de la diferencia de potencial (voltaje) es una línea recta (Fig. 25.9a). La pendiente de la recta es  $1/R$ . Si el signo de la diferencia de potencial cambia, también cambia el signo de la corriente producida; en la figura 25.7 esto corresponde al intercambio de los extremos de mayor y menor potencial del conductor, por lo que se invierte el sentido tanto del campo eléctrico como de la densidad de corriente y la corriente. En los dispositivos que no obedecen la ley de Ohm, la relación de voltaje a corriente puede no ser una proporción directa, y puede ser diferente con respecto a los dos sentidos de la corriente. La figura 25.9b muestra el comportamiento de un *diodo* de vacío, un bulbo de vacío que sirve para convertir corriente alterna de alto voltaje en corriente continua. Con potenciales positivos en el ánodo (uno de los dos conductores del interior del bul-

bo) con respecto al cátodo (el otro conductor),  $I$  es aproximadamente proporcional a  $V^{3/2}$ ; con potenciales negativos la corriente es extremadamente pequeña. El comportamiento de los diodos semiconductores (Fig. 25.9c) es algo diferente, pero sigue siendo fuertemente asimétrico. Con diodos de uno u otro tipo, una diferencia de potencial positiva  $V$  provoca un flujo de corriente en la dirección positiva, pero una diferencia de potencial del otro signo genera poca o ninguna corriente. Por consiguiente, un diodo actúa en un circuito como una válvula de un solo sentido. Los diodos se utilizan para ejecutar una extensa variedad de funciones lógicas en circuitos de computadora.

### Ejemplo 25.2

## Campo eléctrico, diferencia de potencial y resistencia en un alambre

El alambre de cobre de calibre 18 del ejemplo 25.1 (sección 25.1) tiene un diámetro de 1.02 mm y un área de sección transversal  $A = 8.20 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ . Transporta una corriente  $I = 1.67 \text{ A}$ . Halle a) la magnitud del campo eléctrico en el alambre; b) la diferencia de potencial entre dos puntos del alambre separados por una distancia de 50.0 m; c) la resistencia de un tramo de 50.0 m de largo de este alambre.

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** La magnitud de la densidad de corriente es  $J = I/A$  y la resistividad  $\rho$  está dada en la tabla 25.1. Se conocen todas estas cantidades, y la magnitud del campo eléctrico se halla mediante la ecuación (25.5),  $E = \rho J$ . Una vez que se tiene  $E$ , la diferencia de potencial es simplemente el producto de  $E$  por la longitud del alambre. La resistencia se proporciona por medio de la ecuación (25.11).

**EJECUTAR:** a) De acuerdo con la tabla 25.1, la resistividad del cobre es de  $1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Por tanto, con base en la ecuación (25.5),

$$E = \rho J = \frac{\rho I}{A} = \frac{(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(1.67 \text{ A})}{8.20 \times 10^{-7} \text{ m}^2} \\ = 0.0350 \text{ V/m}$$

b) La diferencia de potencial está dada por

$$V = EL = (0.0350 \text{ V/m})(50.0 \text{ m}) = 1.75 \text{ V}$$

c) De acuerdo con la ecuación (25.11), la resistencia de un tramo de 50.0 m de largo de este alambre es

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1.75 \text{ V}}{1.67 \text{ A}} = 1.05 \Omega$$

**EVALUAR:** Para comprobar el resultado del inciso (c), se calcula la resistencia por medio de la ecuación (25.10):

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})(50.0 \text{ m})}{8.20 \times 10^{-7} \text{ m}^2} = 1.05 \Omega$$

Conviene hacer hincapié en que la resistencia del alambre se define como la proporción del voltaje con respecto a la corriente. Si el alambre es de un material no óhmico, entonces  $R$  varía con distintos valores de  $V$ , pero siempre está dado por  $R = V/I$ . La resistencia también está dada en todos los casos por  $R = \rho L/A$ ; si el material es no óhmico,  $\rho$  no es constante y depende de  $E$  (o bien, lo que es equivalente, de  $V = EL$ ).

### Ejemplo 25.3

## Dependencia de la resistencia respecto a la temperatura

Suponga que la resistencia del alambre del ejemplo 25.2 es de  $1.05 \Omega$  a una temperatura de  $20^\circ\text{C}$ . Encuentre la resistencia a  $0^\circ\text{C}$  y a  $100^\circ\text{C}$ .

### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR:** Este ejemplo se refiere al modo como depende la resistencia (la variable que se busca) de la temperatura. Como se ve en la tabla 25.2, esta dependencia con la temperatura difiere en las distintas sustancias.

**PLANTEAR:** Las variables que se buscan son los valores de la resistencia  $R$  del alambre a dos temperaturas:  $T = 0^\circ\text{C}$  y  $T = 100^\circ\text{C}$ . Para encontrar estas variables se aplica la ecuación (25.12). Dése cuenta que se nos da la resistencia  $R_0 = 1.05 \Omega$  a una temperatura de referencia  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ , y sabemos (ejemplo 25.2) que el alambre es de cobre.

**EJECUTAR:** Según la tabla 25.2, el coeficiente de temperatura de la resistividad del cobre es  $\alpha = 0.00393 (\text{C}^\circ)^{-1}$ . De acuerdo con la ecuación (25.12), la resistencia cuando  $T = 0^\circ\text{C}$  es

$$R = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \\ = (1.05 \Omega)(1 + [0.00393 (\text{C}^\circ)^{-1}][0^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}]) \\ = 0.97 \Omega$$

Cuando  $T = 100^\circ\text{C}$ ,

$$R = (1.05 \Omega)(1 + [0.00393 (\text{C}^\circ)^{-1}][100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}]) \\ = 1.38 \Omega$$

**EVALUAR:** La resistencia a  $100^\circ\text{C}$  es mayor que a  $0^\circ\text{C}$  por un factor de  $(1.38 \Omega)/(0.97 \Omega) = 1.42$ . En otras palabras, al elevar la temperatura del alambre de cobre ordinario de  $0^\circ\text{C}$  a  $100^\circ\text{C}$ , su resistencia aumenta en un 42%. Según la ecuación (25.11),  $V = IR$ ; esto significa que se requiere un voltaje  $V$  42% mayor para producir la misma corriente  $I$  a  $100^\circ\text{C}$  que a  $0^\circ\text{C}$ . Éste es un efecto considerable que es preciso tener en cuenta al proyectar circuitos eléctricos que deban funcionar en un intervalo amplio de temperatura.

Ejemplo  
25.4

## Cálculo de la resistencia

El cilindro hueco que se muestra en la figura 25.10 tiene una longitud  $L$  y radios interior y exterior  $a$  y  $b$ . Es de un material cuya resistividad es  $\rho$ . Se establece una diferencia de potencial entre las superficies interna y externa del cilindro (cada una de las cuales es una superficie equipotencial), de modo que la corriente fluye radialmente a través del cilindro. ¿Cuál es la resistencia a este flujo radial de corriente?

## SOLUCIÓN

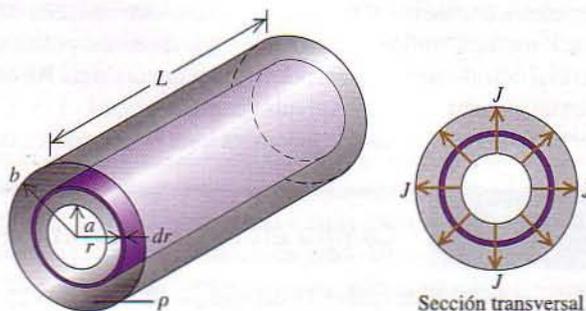
**IDENTIFICAR:** La figura 25.10 muestra que la corriente fluye radialmente del interior del conductor hacia el exterior, *no* a lo largo del conductor como en la figura 25.7. Por tanto, es necesario aplicar las ideas de esta sección para deducir una nueva fórmula de la resistencia (la variable que se busca) que sea idónea para el flujo radial de corriente.

**PLANTEAR:** No se puede aplicar directamente la ecuación (25.10) porque la sección transversal a través de la cual viaja la corriente *no* es constante, varía de  $2\pi aL$  en la superficie interna a  $2\pi bL$  en la superficie externa. En su lugar, consideraremos una coraza cilíndrica delgada de radio interior  $r$  y espesor  $dr$ . Calcularemos la resistencia al flujo radial de corriente a través de esta coraza, y luego combinaremos las resistencias de todas estas corazas entre los radios interior y exterior del cilindro.

**EJECUTAR:** El área  $A$  de la coraza es  $2\pi rL$ , el área de la superficie que la corriente encuentra al fluir hacia afuera. La longitud de trayecto de la corriente a través de la coraza es  $dr$ . La resistencia  $dR$  de esta coraza, entre las superficies interna y externa, es la de un conductor de longitud  $dr$  y área  $2\pi rL$ :

$$dR = \frac{\rho dr}{2\pi rL}$$

La corriente tiene que atravesar sucesivamente todas las corazas como ésta entre los radios interior y exterior  $a$  y  $b$ . De acuerdo con la ecuación (25.11), la diferencia de potencial de un lado a otro de una coraza es  $dV = I dR$ , y la diferencia total de potencial entre las superficies interna y externa es la suma de las diferencias de potencial de todas las corazas. La corriente total es la misma a través de



25.10 Cómo hallar la resistencia cuando hay flujo de corriente radial.

cada coraza; de este modo, la resistencia total es la suma de las resistencias de todas las corazas. Si el área  $2\pi rL$  fuera constante, podríamos integrar simplemente  $dr$  de  $r = a$  a  $r = b$  para obtener la longitud total del trayecto de la corriente. Pero el área aumenta a medida que la corriente atraviesa corazas de radio más grande, y por ello es necesario integrar la expresión anterior de  $dR$ . En estos términos la resistencia total está dada por

$$R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{b}{a}$$

**EVALUAR:** La geometría de conductor que se muestra en la figura 25.10 desempeña un importante papel en el sistema nervioso de nuestro organismo. Cada neurona, o célula nerviosa, tiene una extensión larga llamada fibra nerviosa o *axón*. Un axón tiene una membrana cilíndrica de forma muy parecida a la del resistor de la figura 25.10, con un fluido conductor por dentro de la membrana y otro afuera de ella. Ordinariamente, todo el fluido interior está al mismo potencial, por lo que no tiende a fluir corriente alguna a lo largo del axón. Sin embargo, si se estimula el axón en cierto punto de su longitud, fluyen radialmente iones con carga a través de la membrana cilíndrica en ese punto, como en la figura 25.10. Este flujo crea una diferencia de potencial entre ese punto y otros puntos a lo largo del axón, y esto hace que fluya una señal nerviosa en esa misma dirección.

## Evalúe su comprensión

Suponga que se aumenta el voltaje entre los extremos del alambre de cobre de los ejemplos 25.2 y 25.3. Este mayor voltaje hace que circule más corriente, y esto provoca que la temperatura del alambre aumente. (Lo mismo le ocurre a las bobinas de un horno eléctrico o una tostadora cuando se les aplica un voltaje. Exploraremos esta cuestión con más detenimiento en la sección 25.5). Si se duplica el voltaje entre los extremos del alambre, ¿se duplica también la corriente en el alambre? ¿Por qué? ¿Es óhmico el alambre?

## 25.4 | Fuerza electromotriz y circuitos

Para que un conductor tenga una corriente constante, debe ser parte de un camino que forme una espira cerrada o **circuito completo**. La razón es la siguiente. Si se establece un campo eléctrico  $\vec{E}_1$  adentro de un conductor aislado con resistividad  $\rho$  que *no* es parte de un circuito completo, comienza a fluir una corriente con densidad de corriente  $\vec{J} = \vec{E}_1/\rho$  (Fig. 25.11a). En consecuencia, se acumula rápidamente una carga positiva neta en un extremo del conductor y una carga negativa neta en el otro extremo (Fig. 25.11b). Estas cargas crean por sí mismas un campo eléctrico  $\vec{E}_2$  en dirección opuesta a  $\vec{E}_1$ , lo cual hace disminuir el campo eléctrico total y, por tanto, la corriente. En el término de una muy pequeña fracción de segundo, se acumula en los extremos del conductor la carga suficiente para que el campo eléctrico total  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{0}$  adentro del conductor. Entonces también  $\vec{J} = \vec{0}$ , y la corriente cesa totalmente (Fig. 25.11c). Así pues, no puede haber un movimiento constante de carga en un circuito *incompleto* como éste.

Para ver cómo se mantiene una corriente constante en un circuito *completo*, recordemos un hecho básico acerca de la energía potencial eléctrica: si una carga  $q$  recorre un circuito completo y regresa al punto de partida, la energía potencial debe ser la misma al final del trayecto en redondo que al principio. Como se describió en la sección 25.3, siempre hay una *disminución* de energía potencial cuando se desplazan cargas a través de un material conductor ordinario con resistencia. Por tanto, debe haber alguna parte del circuito donde la energía potencial *aumenta*.

El problema es análogo al de una fuente ornamental de agua que reutiliza su agua. El agua brota por las aberturas de la parte superior, cae en cascada sobre las terrazas y caños (trasladándose en la dirección de energía potencial gravitatoria decreciente) y se recoge en una pileta en la parte inferior. Una bomba la eleva entonces de regreso a la parte superior (y aumenta su energía potencial) para otro recorrido. Sin la bomba, el agua caería simplemente al fondo y ahí se quedaría.

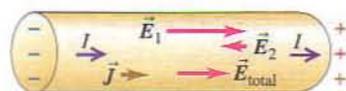
### Fuerza electromotriz

En un circuito eléctrico debe haber en algún punto de la espira un dispositivo que actúa como la bomba de agua de una fuente de agua (Fig. 25.12). En este dispositivo una carga viaja “cuesta arriba”, de menor a mayor energía potencial, a pesar de que la fuerza electrostática intenta empujarla de mayor a menor energía potencial. La dirección de la corriente en un dispositivo de este tipo es de menor a mayor potencial, exactamente lo contrario de lo que ocurre en un conductor ordinario. La influencia que hace fluir corriente de un potencial menor a otro mayor se llama **fuerza electromotriz** (se abrevia **fem**). Este término es poco adecuado porque la fem *no* es una fuerza, sino una cantidad de energía por unidad de carga, como el potencial. La unidad SI de fem es la misma que la de potencial: el volt ( $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$ ). Una linterna típica de baterías tiene una fem de 1.5 volt; esto significa que la batería realiza 1.5 J de trabajo sobre cada coulomb de carga que pasa a través de ella. Representaremos la fem mediante el símbolo  $\mathcal{E}$  (E mayúscula manuscrita).

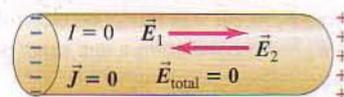
Todo circuito completo con una corriente constante debe incluir algún dispositivo que suministre fem. Este dispositivo recibe el nombre de **fuerza de fem**. Las baterías, los generadores eléctricos, las celdas solares, pilas termoeléctricas y las celdas de combustible son ejemplos de fuentes de fem. Todos estos dispositivos convierten energía de alguna forma (mecánica, química, térmica, etcétera) en energía potencial eléctrica y la transfieren a un circuito al que está conectado el dispositivo. Una fuente *ideal* de fem mantiene una diferencia de potencial constante entre sus bornes, independiente de la corriente que pasa a través de ella. Definimos cuantitativamente la fuerza electromotriz como la magnitud de esta diferencia de potencial. Como veremos, las fuentes ideales de este tipo son entes míticos, como el avión sin fricción y la



(a) El campo eléctrico  $\vec{E}_1$  creado adentro del conductor genera corriente



(b) La corriente provoca una acumulación de carga en los extremos, con lo cual crea un campo eléctrico opuesto  $\vec{E}_2$  y reduce la corriente



(c) Al cabo de muy poco tiempo  $\vec{E}_2$  tiene la misma magnitud que  $\vec{E}_1$ ; el campo total  $\vec{E}_{\text{total}} = \vec{0}$  y la corriente cesa totalmente

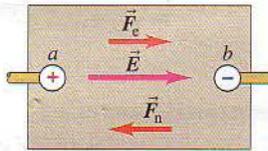
**25.11** Si se crea un campo eléctrico en el interior de un conductor que *no* es parte de un circuito completo, fluye corriente sólo durante un tiempo muy breve.



### 12.1 Circuitos de CC en serie (Cualitativo)



**25.12** Así como una fuente de agua necesita una bomba, así también un circuito eléctrico requiere una fuerza electromotriz para mantener una corriente estable.



Fuente de fem no conectada a un circuito: la fuerza del campo eléctrico  $\vec{F}_e$  tiene la misma magnitud que la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$

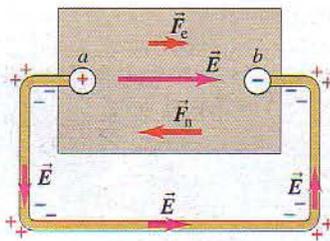
**25.13** Diagrama esquemático de una fuente de fem en una situación de “circuito abierto”. Se muestran la fuerza del campo eléctrico  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  y la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$  correspondientes a una carga positiva  $q$ .

cuerda sin masa. Más adelante analizaremos en qué difiere el comportamiento de las fuentes de fem de la vida real con respecto a este modelo idealizado.

La figura 25.13 es un diagrama esquemático de una fuente ideal de fem que mantiene una diferencia de potencial entre los conductores  $a$  y  $b$ , conocidos como los *bornes* del dispositivo. El borne  $a$ , marcado como  $+$ , se mantiene a un potencial *más alto* que el borne  $b$ , marcado como  $-$ . Con esta diferencia de potencial se encuentra asociado un campo eléctrico  $\vec{E}$  en la región que rodea a los bornes, tanto adentro como afuera de la fuente. La dirección del campo eléctrico adentro del dispositivo es de  $a$  a  $b$ , como se muestra. Una carga  $q$  en el interior de la fuente experimenta una fuerza eléctrica  $\vec{F}_e = q\vec{E}$ . Pero la fuente suministra además una influencia adicional, que representaremos como una fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$ . Esta fuerza, que actúa en el interior del dispositivo, empuja carga de  $b$  a  $a$  en una dirección “cuesta arriba” contra la fuerza eléctrica  $\vec{F}_e$ . De este modo  $\vec{F}_n$  mantiene la diferencia de potencial entre los bornes. Si  $\vec{F}_n$  no estuviese presente, fluiría carga entre los bornes hasta que la diferencia de potencial fuera cero. El origen de la influencia adicional  $\vec{F}_n$  depende de la clase de fuente. En un generador es resultado de las fuerzas del campo magnético que actúan sobre cargas en movimiento. En una batería o celda de combustible, está asociada con procesos de difusión y concentraciones variables de electrolitos resultantes de las reacciones químicas. En una máquina electrostática, como un generador van de Graaff (Fig. 22.28), una banda o rueda en movimiento aplica una fuerza mecánica real.

Si se traslada una carga positiva  $q$  de  $b$  hacia  $a$  en el interior de la fuente, la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$  realiza una cantidad de trabajo positivo  $W_n = q\mathcal{E}$  sobre la carga. Este desplazamiento es *opuesto* a la fuerza electrostática  $\vec{F}_e$ ; por tanto, la energía potencial asociada con la carga *aumenta* en una cantidad igual a  $qV_{ab}$ , donde  $V_{ab} = V_a - V_b$  es el potencial (positivo) del punto  $a$  con respecto al punto  $b$ . En el caso de la fuente ideal de fem que hemos descrito,  $\vec{F}_e$  y  $\vec{F}_n$  son de igual magnitud pero tienen direcciones opuestas, por lo que el trabajo total realizado sobre la carga  $q$  es cero; hay un aumento de energía potencial pero *ningún* cambio en la energía cinética de la carga. Es como alzar un libro desde el piso hasta un anaquel alto con rapidez constante. El aumento de energía potencial es exactamente igual al trabajo no electrostático; por tanto,  $q\mathcal{E} = qV_{ab}$ , o

$$V_{ab} = \mathcal{E} \quad (\text{fuente ideal de emf}) \quad (25.13)$$



Fuente de fem conectada a un circuito completo: la fuerza del campo eléctrico  $\vec{F}_e$  es de menor magnitud que la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$

**25.14** Diagrama esquemático de una fuente de fem ideal en un circuito completo. Se muestran la fuerza del campo eléctrico  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  y la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$  correspondientes a una carga positiva  $q$ . La dirección de la corriente es de  $a$  a  $b$  en el circuito externo y de  $b$  a  $a$  en el interior de la fuente.

Formemos ahora un circuito completo conectando un alambre de resistencia  $R$  a los bornes de una fuente (Fig. 25.14). La diferencia de potencial entre los bornes  $a$  y  $b$  establece un campo eléctrico adentro del alambre; esto provoca un flujo de corriente alrededor de la espira de  $a$  hacia  $b$ , de mayor a menor potencial. Dése cuenta que, donde el alambre se dobla, persisten cantidades iguales de carga positiva y negativa en el “interior” y en el “exterior” del doblado. Estas cargas ejercen las fuerzas que obligan a la corriente a seguir los dobleces del alambre.

De acuerdo con la ecuación (25.11), la diferencia de potencial entre los extremos del alambre de la figura 25.14 está dada por  $V_{ab} = IR$ . Combinando esto con la ecuación (25.13) se tiene

$$\mathcal{E} = V_{ab} = IR \quad (\text{fuente ideal de emf}) \quad (25.14)$$

Es decir, cuando una carga positiva  $q$  fluye alrededor del circuito, la *elevación* de potencial  $\mathcal{E}$  cuando atraviesa la fuente ideal es numéricamente igual a la *caída* de potencial  $V_{ab} = IR$  cuando recorre el resto del circuito. Una vez que se conocen  $\mathcal{E}$  y  $R$ , esta relación determina la corriente en el circuito.

**CUIDADO** Es un error muy común pensar que, en un circuito cerrado, la corriente es algo que brota del borne positivo de una batería y que se ha consumi-

do o "gastado" cuando alcanza el borne negativo. De hecho, la corriente es la *misma* en todos los puntos de una espira simple como el de la figura 25.14, aun cuando el espesor de los alambres es diferente en distintos puntos del circuito. Esto sucede porque la carga se conserva (esto es, no se crea ni se destruye) y porque no se puede acumular en los dispositivos de circuito que hemos descrito. Si la carga se acumula, las diferencias de potencial cambiarían con el tiempo. Es como el flujo de agua en una fuente ornamental; el agua brota por la parte superior de la fuente al mismo ritmo con el que llega al fondo, no importa cuáles sean las dimensiones de la fuente. ¡Nada del agua se "gasta" a lo largo del trayecto!

### Resistencia interna

En un circuito las fuentes reales no se comportan exactamente como lo hemos descrito; la diferencia de potencial entre los bornes de una fuente real en un circuito *no* es igual a la fem, como en la ecuación (25.14). La razón es que la carga que se traslada a través del material de cualquier fuente real encuentra *resistencia*. A ésta se le conoce como la **resistencia interna** de la fuente, y se representa como  $r$ . Si esta resistencia se comporta de acuerdo con la ley de Ohm,  $r$  es constante e independiente de la corriente  $I$ . Conforme la corriente avanza a través de  $r$ , experimenta una caída de potencial asociada e igual a  $Ir$ . De este modo, cuando una corriente fluye a través de una fuente, del borne negativo  $b$  al borne positivo  $a$ , la diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre los bornes es

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir \quad (\text{tensión de bornes, fuente con resistencia interna}) \quad (25.15)$$

El potencial  $V_{ab}$ , llamado **tensión de bornes**, es menor que la fem  $\mathcal{E}$  debido al término  $Ir$  que representa la caída de potencial a través de la resistencia interna  $r$ . Expresado de otro modo, el aumento de energía potencial  $qV_{ab}$  que se produce cuando una carga  $q$  se traslada de  $b$  a  $a$  dentro de la fuente es ahora menor que el trabajo  $q\mathcal{E}$  realizado por la fuerza no electrostática  $\vec{F}_n$ , pues parte de la energía potencial se pierde al atravesar la resistencia interna.

Una batería de 1.5 V tiene una fem de 1.5 V, pero la tensión de bornes  $V_{ab}$  de la batería es igual a 1.5 V sólo si ninguna corriente circula a través de ella, de modo que  $I = 0$  en la ecuación (25.15). Si la batería es parte de un circuito completo a través del cual circula una corriente, la tensión de bornes será menor que 1.5 V. *En el caso de una fuente real de fem, la tensión de bornes es igual a la fem sólo si ninguna corriente circula a través de la fuente* (Fig. 25.15). Así que, podemos describir el comportamiento de una fuente en términos de dos propiedades: una fem  $\mathcal{E}$ , que suministra una diferencia de potencial constante independiente de la corriente, en serie con una resistencia interna  $r$ .

La corriente en el circuito externo conectado a los bornes  $a$  y  $b$  de la fuente sigue estando determinado por  $V_{ab} = IR$ . Combinando esto con la ecuación (25.15) se obtiene

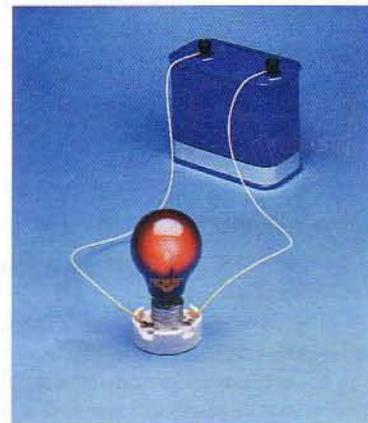
$$\mathcal{E} - Ir = IR$$

o bien,

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad (\text{corriente, fuente con resistencia interna}) \quad (25.16)$$

Es decir, la corriente es igual al cociente de la fem de la fuente entre la resistencia *total* del circuito ( $R + r$ ).

**CUIDAD** Se podría pensar que una batería u otra fuente de fem siempre produce la misma corriente, no importa el circuito en el que se utilice. Pero, como lo muestra la ecuación (25.16), la corriente que una fuente de fem produce en un



**25.15** La fem de esta batería, es decir, la tensión de bornes cuando no está conectada a nada, es de 12 V. Pero ya que la batería tiene resistencia interna, la tensión de bornes de la batería es menor que 12 V cuando suministra corriente a un foco.

circuito determinado depende de la resistencia  $R$  del circuito externo (así como de la resistencia interna  $r$  de la fuente). Cuanto mayor es la resistencia, tanto menos corriente produce la fuente. Esto es análogo a empujar un objeto a través de un líquido espeso y viscoso, como aceite o melaza; si se ejerce un cierto empuje constante (fem), se puede trasladar un objeto pequeño con gran rapidez ( $R$  pequeña,  $I$  grande) o un objeto grande con lentitud ( $R$  grande,  $I$  pequeña).

### Símbolos para diagramas de circuitos

Una parte importante del análisis de cualquier circuito eléctrico consiste en dibujar un *diagrama de circuito* esquemático. La tabla 25.4 muestra los símbolos que se utilizan habitualmente en los diagramas de circuito. Usaremos extensamente estos símbolos en este capítulo y en el siguiente. Por lo regular, supondremos que la resistencia de los alambres que conectan los diversos elementos del circuito es insignificante; de acuerdo con la ecuación (25.11),  $V = IR$ , la diferencia de potencial entre los extremos de un alambre de este tipo es cero.

La tabla 25.4 incluye dos *medidores* que se utilizan para medir las propiedades de los circuitos. Los medidores idealizados no alteran el circuito al que están conectados. El **voltímetro**, presentado en la sección 23.2, mide la diferencia de potencial entre sus bornes; un voltímetro idealizado tiene una resistencia infinitamente grande y mide la diferencia de potencial sin tener que desviar ninguna corriente a través de él. El **amperímetro** mide la corriente que pasa a través de él; un amperímetro idealizado tiene una resistencia de cero y ninguna diferencia de potencial entre sus bornes. Ya que los medidores actúan como parte del circuito al que están conectados, es importante recordar estas propiedades.

Tabla 25.4 Símbolos para diagramas de circuito

	Conductor con resistencia insignificante
	Resistor
	Fuente de fem (la línea vertical más larga siempre representa el borne positivo, por lo regular el borne con potencial mayor)
	Fuente de fem con resistencia interna $r$ ( $r$ se puede colocar a uno u otro lado)
	Voltímetro (mide la diferencia de potencial entre los bornes)
	Amperímetro (mide la corriente que pasa por él)

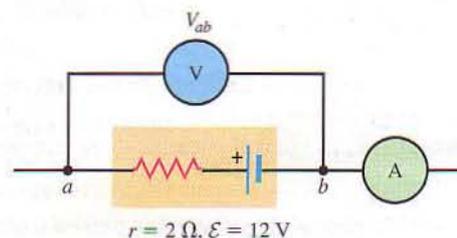
#### Ejemplo conceptual 25.5

#### Fuente en un circuito abierto

La figura 25.16 muestra una fuente (una batería) con una fem  $\mathcal{E}$  de 12 V y una resistencia interna  $r$  de  $2 \Omega$ . (En comparación, la resistencia interna de un acumulador comercial de plomo de 12 V es de sólo unos milésimos de ohm.) Los alambres a la izquierda de  $a$  y a la derecha del amperímetro  $A$  no están conectados a nada. Determine las lecturas del voltímetro idealizado  $V$  y del amperímetro idealizado  $A$ .

#### SOLUCIÓN

No hay corriente porque no se tiene un circuito completo. (No pasa corriente alguna a través del voltímetro idealizado, con su resistencia infinitamente grande.) Por tanto, la lectura del amperímetro es



25.16 Fuente de fem en circuito abierto.

$I = 0$ . Debido a que no hay corriente a través de la batería, no hay diferencia de potencial entre los extremos de su resistencia interna. De acuerdo con la ecuación (25.15), con  $I = 0$ , la diferencia de po-

tencial  $V_{ab}$  entre los bornes de la batería es igual a la fem. Por tanto, la lectura del voltímetro es  $V_{ab} = \mathcal{E} = 12 \text{ V}$ . La tensión de bornes de una fuente real no ideal es igual a la fem *sólo* si no hay flujo de corriente a través de la fuente, como en este ejemplo.

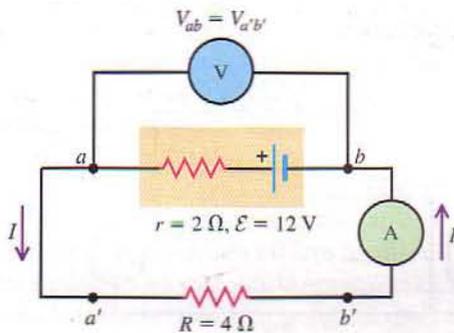
### Ejemplo 25.6

### Fuente en un circuito completo

A la batería del ejemplo conceptual 25.5 se le añade un resistor de  $4 \Omega$  para formar el circuito completo que se muestra en la figura 25.17. ¿Ahora cuáles son las lecturas del voltímetro y del amperímetro?

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** La primera variable que se busca es la corriente  $I$  a través del circuito  $aa'b'b'$  (igual a la lectura del amperímetro), la cual se halla mediante la ecuación (25.16). La segunda es la diferencia de potencial  $V_{ab}$  (igual a la lectura del voltímetro), la cual se puede considerar ya sea como la diferencia de potencial entre los bornes de la fuente o como la diferencia de potencial alrededor del circuito a través del resistor externo.

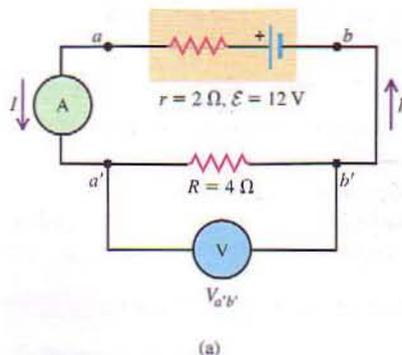


25.17 Fuente de fem en un circuito completo.

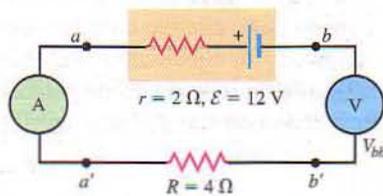
### Ejemplo conceptual 25.7

### Cómo utilizar voltímetros y amperímetros

Se trasladan a posiciones diferentes del circuito el voltímetro y el amperímetro del ejemplo 25.6. ¿Cuáles son las lecturas del voltímetro y del amperímetro en las situaciones que se muestran en a) la figura 25.18a y b) la figura 25.18b?



(a)



(b)

25.18 Diferentes ubicaciones de un voltímetro y un amperímetro en un circuito completo.

**EJECUTAR:** La resistencia del amperímetro ideal es cero; por tanto, la resistencia externa a la fuente es  $R = 4 \Omega$ . De acuerdo con la ecuación (25.16), la corriente a través del circuito  $aa'b'b'$  es

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12 \text{ V}}{4 \Omega + 2 \Omega} = 2 \text{ A}$$

La lectura del amperímetro A es  $I = 2 \text{ A}$ .

La resistencia de los alambres conductores idealizados es cero, al igual que la del amperímetro idealizado A. De esta manera, no hay diferencia de potencial entre los puntos  $a$  y  $a'$  ni entre los puntos  $b$  y  $b'$ . Es decir,  $V_{ab} = V_{a'b'}$ . Se halla  $V_{ab}$  considerando  $a$  y  $b$  ya sea como los bornes del resistor o como los bornes de la fuente. Considerándolos como los bornes del resistor, se aplica la ley de Ohm ( $V = IR$ ):

$$V_{a'b'} = IR = (2 \text{ A})(4 \Omega) = 8 \text{ V}$$

Considerándolos como los bornes de la fuente, se tiene que

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 12 \text{ V} - (2 \text{ A})(2 \Omega) = 8 \text{ V}$$

De una u otra forma, se concluye que la lectura del voltímetro es  $V_{ab} = 8 \text{ V}$ .

**EVALUAR:** Cuando circula una corriente a través de la fuente, la tensión de bornes  $V_{ab}$  es menor que la fem. Cuanto más pequeña es la resistencia interna  $r$ , tanto menor es la diferencia entre  $V_{ab}$  y  $\mathcal{E}$ .

#### SOLUCIÓN

a) El voltímetro mide ahora la diferencia de potencial entre los puntos  $a'$  y  $b'$ . Pero, como se mencionó en el ejemplo 25.6,  $V_{ab} = V_{a'b'}$ ; por tanto, la lectura del voltímetro es la misma que en el ejemplo 25.6:  $V_{a'b'} = 8 \text{ V}$ .

**CUIDADO** Uno podría sentirse tentado a concluir que el amperímetro de la figura 25.18a, que se encuentra "corriente arriba" respecto al resistor, tendría una lectura más alta que el que se halla "corriente abajo" respecto al resistor de la figura 25.17. Pero esta conclusión se basa en el error común de que la corriente se "gasta" de alguna manera cuando pasa a través de un resistor. Conforme las cargas se trasladan a través de un resistor, hay una disminución de energía potencial eléctrica, pero ningún cambio en la corriente. *La corriente en una espira simple es la misma en todos sus puntos.* Un amperímetro colocado como en la figura 25.18a muestra la misma lectura que uno situado como en la figura 25.17  $I = 2 \text{ A}$ .

b) No hay corriente a través del voltímetro porque éste tiene una resistencia infinitamente grande. Dado que el voltímetro es ahora parte del circuito, no hay corriente alguna en todo el circuito, y la lectura del amperímetro es  $I = 0$ .

### Ejemplo 25.8

### Fuente con cortocircuito

Utilizando la misma batería que en los tres ejemplos anteriores, ahora se sustituye el resistor de  $4 \Omega$  por un conductor de resistencia cero, como se muestra en la figura 15.19. ¿Cuáles son ahora las lecturas de los medidores?

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** Las variables que se buscan son  $I$  y  $V_{ab}$ , las mismas que en el ejemplo 25.6. La única diferencia respecto a ese ejemplo es que la resistencia externa es ahora  $R = 0$ .

**EJECUTAR:** Ahora se tiene un camino de resistencia cero entre los puntos  $a$  y  $b$ ; por tanto, se debe tener  $V_{ab} = IR = I(0) = 0$ , no importa cuál sea la corriente. Con estos datos, se halla la corriente a partir de la ecuación (25.15):

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 0$$

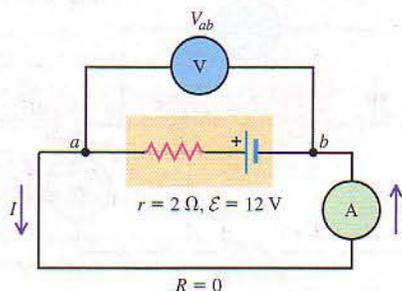
$$I = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{12 \text{ V}}{2 \Omega} = 6 \text{ A}$$

La lectura del amperímetro es  $I = 6 \text{ A}$ , y la del voltímetro,  $V_{ab} = 0$ .

**EVALUAR:** La corriente tiene un valor diferente al del ejemplo 25.6, no obstante que se utiliza la misma batería. Una fuente *no* entrega la misma corriente en todas las situaciones; la cantidad de corriente depende de la resistencia interna  $r$  y de la resistencia del circuito externo.

El voltímetro mide la diferencia de potencial  $V_{bb'}$  entre los puntos  $b$  y  $b'$ . Puesto que  $I = 0$ , la diferencia de potencial entre los extremos del resistor es  $V_{a'b'} = IR = 0$ , y la diferencia de potencial entre los extremos  $a$  y  $a'$  del amperímetro idealizado también es cero. Así pues,  $V_{bb'}$  es igual a  $V_{ab}$ , la tensión de bornes de la fuente. Como en el ejemplo conceptual 25.5, no hay flujo de corriente y, por tanto, la tensión de bornes es igual a la fem y la lectura del voltímetro es  $V_{ab} = \mathcal{E} = 12 \text{ V}$ .

Este ejemplo muestra que los amperímetros y voltímetros también son elementos del circuito. Trasladar el voltímetro de la posición que ocupa en la figura 25.18a a la de la figura 25.18b altera la corriente y las diferencias de potencial del circuito, en este caso de un modo más bien sorprendente. Si se desea medir la diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito sin alterar el circuito, conviene usar un voltímetro como en las figuras 25.17 o 25.18a, *no* como en la figura 25.18b.



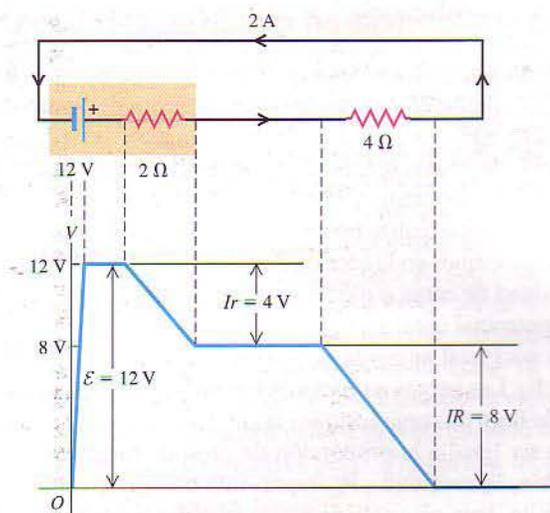
**25.19** Fuente de fem en cortocircuito. (*Advertencia:* Véanse en el texto los peligros que ofrece esta configuración).

La situación de este ejemplo se llama *cortocircuito*. Los bornes de la batería están conectados directamente uno con otro, sin resistencia externa. La corriente de cortocircuito es igual al cociente de la fem  $\mathcal{E}$  entre la resistencia interna  $r$ . *Advertencia:* Un cortocircuito puede ser una situación sumamente peligrosa. Una batería de automóvil o una línea de corriente doméstica tiene una resistencia interna muy pequeña (mucho menor que la de estos ejemplos), y la corriente de cortocircuito puede ser suficiente para fundir un alambre pequeño o hacer que estalle una batería. ¡No lo intente!

El cambio neto de energía potencial de una carga  $q$  que efectúa un recorrido ida y vuelta en un circuito completo debe ser cero. Por tanto, el cambio neto de *potencial* alrededor del circuito también debe ser cero; en otras palabras, la suma algebraica de las diferencias de potencial y de las fem alrededor de la espira es cero. Esto se ve con claridad si se escribe de nuevo la ecuación (25.16) en la forma

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

Una ganancia de potencial de  $\mathcal{E}$  está asociada con la fem, y caídas de potencial de  $Ir$  e  $IR$  están asociadas con la resistencia interna de la fuente y el circuito externo, respectivamente. La figura 25.20 es una gráfica que muestra cómo varía el poten-



**25.20** Subidas y caídas de potencial en un circuito.

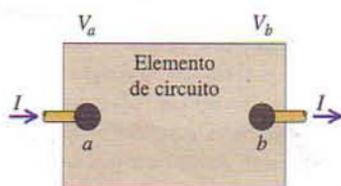
cial a medida que se recorre el circuito completo de la figura 25.17. El eje horizontal no representa necesariamente distancias reales, sino más bien diversos puntos de la espira. Si se toma el potencial como cero en el borne negativo de la batería, entonces se tiene una subida  $\mathcal{E}$  y una caída  $Ir$  en la batería, así como una caída adicional  $IR$  en el resistor externo, y al terminar el recorrido alrededor de la espira el potencial es de nuevo como al principio.

En esta sección hemos considerado únicamente situaciones donde las resistencias son óhmicas. Si el circuito incluye un dispositivo no lineal, como un diodo (véanse las figuras 25.9b y 25.9c), la ecuación (25.16) sigue siendo válida pero no se puede resolver algebraicamente, porque  $R$  no es constante. En una situación como ésta, se puede hallar la corriente  $I$  por medio de técnicas numéricas (véase el Problema de desafío 25.82).

Por último, conviene señalar que la ecuación (25.15) no es siempre una representación adecuada del comportamiento de una fuente. La fem puede no ser constante, y lo que hemos descrito como una resistencia interna puede ser en realidad una relación más compleja de voltaje y corriente que no obedece la ley de Ohm. No obstante, en muchos casos el concepto de resistencia interna ofrece una descripción adecuada de las baterías, generadores y otros convertidores de energía. La principal diferencia entre una batería de linterna nueva y una vieja no radica en la fem, que disminuye muy poco con el uso, sino en la resistencia interna, que puede aumentar de menos de un ohm cuando la batería es nueva hasta  $1000 \Omega$  o más después de un uso prolongado. De modo análogo, una batería de automóvil puede entregar menos corriente al motor de arranque en una mañana fría que cuando la batería está más caliente, no porque la fem sea apreciablemente menor, sino porque la resistencia interna depende de la temperatura, y aumenta cuando la temperatura desciende. Los habitantes de sitios con climas fríos toman diversas medidas para evitar esta pérdida, desde utilizar calentadores especiales para acumulador y hasta remojar la batería en agua caliente en las mañanas muy frías.

### Evalúe su comprensión

Una batería tiene una fem de  $1.5 \text{ V}$  y una resistencia interna de  $0.10 \Omega$ . Cuando la batería está conectada a un resistor, la tensión de bornes de la batería es de  $1.3 \text{ V}$ . ¿Cuál es la resistencia del resistor?



**25.21** La potencia de alimentación al elemento de circuito entre  $a$  y  $b$  es  $P = (V_a - V_b)I = V_{ab}I$ .

## 25.5 | Energía y potencia en circuitos eléctricos

Examinemos ahora algunas de las relaciones de energía y potencia de los circuitos eléctricos. La caja de la figura 25.21 representa un elemento de circuito con una diferencia de potencial  $V_a - V_b = V_{ab}$  entre sus bornes y una corriente  $I$  que pasa a través de él en la dirección de  $a$  hacia  $b$ . Este elemento podría ser un resistor, una batería u otra cosa; los detalles no importan. A medida que pasa carga a través del elemento de circuito, el campo eléctrico realiza trabajo sobre esa carga. En una fuente de fem, la fuerza  $\vec{F}_e$ , que mencionamos en la sección 25.4, realiza trabajo adicional.

Cuando una cantidad de carga  $q$  pasa a través del elemento de circuito, hay un cambio de energía potencial igual a  $qV_{ab}$ . Por ejemplo, si  $q > 0$  y  $V_{ab} = V_a - V_b$  es positiva, la energía potencial aumenta conforme la carga “cae” del potencial  $V_a$  al potencial menor  $V_b$ . Las cargas en movimiento no ganan energía *cinética*, porque la proporción de flujo de carga (esto es, la corriente) hacia afuera del elemento de circuito debe ser igual a la proporción de flujo de carga hacia adentro del elemento. En cambio, la cantidad  $qV_{ab}$  representa energía eléctrica transferida al elemento de circuito. Esta situación se presenta en las bobinas de un tostador o un horno eléctrico, donde se convierte energía eléctrica en energía térmica.

Puede ocurrir que el potencial en  $b$  sea mayor que en  $a$ . En este caso  $V_{ab}$  es negativa, y tiene lugar una transferencia neta de energía hacia *afuera* del elemento de circuito. El elemento actúa entonces como una fuente, que entrega energía eléctrica al circuito al que está acoplado. Ésta es la situación normal en el caso de una batería, que transforma energía química en energía eléctrica y la entrega al circuito externo. Así que,  $V_{ab}$  puede denotar ya sea una cantidad de energía entregada a un elemento de circuito o una cantidad de energía extraída de ese elemento.

En los circuitos eléctricos lo que más nos suele interesar es la *rapidez* con la que se entrega o se extrae energía a o de un elemento de circuito. Si la corriente a través del elemento es  $I$ , entonces en un intervalo de tiempo  $dt$  una cantidad de carga  $dQ = I dt$  pasa a través del elemento. El cambio de energía potencial que corresponde a esta cantidad de carga es  $V_{ab} dQ = V_{ab} I dt$ . Dividiendo esta expresión entre  $dt$  se obtiene la *rapidez* con la que se transfiere energía hacia adentro o hacia afuera del elemento de circuito. La relación de transferencia de energía por unidad de tiempo es la *potencia*, que se representa mediante  $P$ ; por tanto, escribimos

$$P = V_{ab}I \quad (25.17)$$

(rapidez con la que se entrega o se extrae energía a o de un elemento de circuito)

La unidad de  $V_{ab}$  es un volt, o un joule por coulomb, y la unidad de  $I$  es un amperere, o un coulomb por segundo. Por tanto, la unidad de  $P = V_{ab}I$  es un watt, como deber ser:

$$(1 \text{ J/C})(1 \text{ C/s}) = 1 \text{ J/s} = 1 \text{ W}$$

Examinemos ahora algunos casos especiales.

### Resistencia pura

Si el elemento de circuito de la figura 25.21 es un resistor, la diferencia de potencial es  $V_{ab} = IR$ . De acuerdo con la ecuación (25.17), la potencia eléctrica que el circuito entrega al resistor es

$$P = V_{ab}I = I^2R = \frac{V_{ab}^2}{R} \quad (25.18)$$

(potencia entregada a un resistor)

En este caso el potencial en  $a$  (donde la corriente entra en el resistor) siempre es mayor que en  $b$  (donde la corriente sale). La corriente entra por el borne de mayor potencial del dispositivo, y la ecuación (25.18) representa la rapidez de transferencia de energía potencial eléctrica hacia *adentro* del elemento de circuito.

¿Qué le ocurre a esta energía? Las cargas en movimiento chocan con átomos del resistor y transfieren parte de su energía a estos átomos, con lo cual aumenta la energía interna del material. O bien la temperatura del resistor aumenta o hay un flujo de calor hacia afuera de él, o ambas cosas. En todos estos casos se dice que se *disipa* energía en el resistor a razón de  $I^2R$ . Todo resistor tiene una *potencia nominal*, la potencia máxima que el dispositivo puede disipar sin sobrecalentarse y sufrir daños. En las aplicaciones prácticas la potencia nominal de un resistor suele ser una característica tan importante como su valor de resistencia. Desde luego, ciertos dispositivos, como los calentadores eléctricos, han sido proyectados para calentarse y transferir calor a su entorno. Pero si se excede la potencia nominal, incluso estos dispositivos pueden fundirse o incluso estallar.

### Potencia de salida de una fuente

El rectángulo de la figura 25.22a representa una fuente con fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$ , conectada mediante conductores ideales (sin resistencia) a un circuito externo representado por la caja inferior. Esto podría corresponder a una batería de automóvil conectada a uno de los faros delanteros del vehículo (Fig. 25.22b). El punto  $a$  está a un potencial mayor que el punto  $b$ ; por tanto  $V_a > V_b$  y  $V_{ab}$  es positiva. Dése cuenta que la corriente  $I$  sale de la fuente por el borne de mayor potencial (en vez de entrar por ahí). Se está entregando energía al circuito externo, y la rapidez con la que se entrega al circuito está dada por la ecuación (25.17):

$$P = V_{ab}I$$

En el caso de una fuente que se describe en términos de una fem  $\mathcal{E}$  y una resistencia interna  $r$ , se puede emplear la ecuación (25.15):

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$$

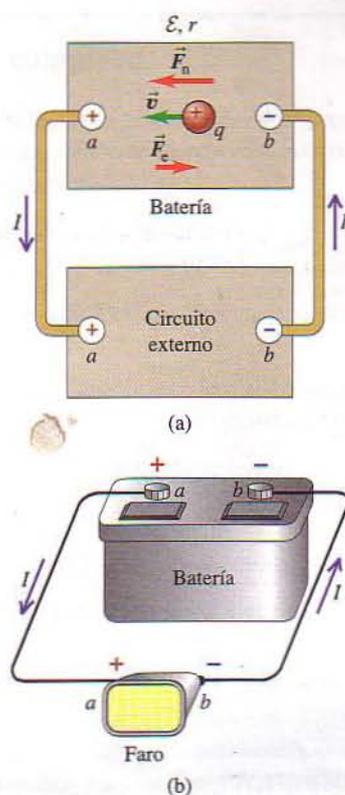
Multiplicando esta ecuación por  $I$  se obtiene

$$P = V_{ab}I = \mathcal{E}I - I^2r \quad (25.19)$$

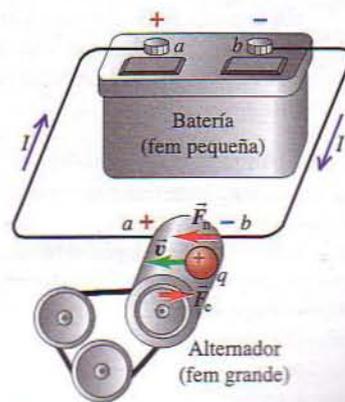
¿Qué significan los términos  $\mathcal{E}I$  e  $I^2r$ ? En la sección 25.4 definimos la fem  $\mathcal{E}$  como el trabajo por unidad de carga que la fuerza no electrostática realiza sobre las cargas cuando éstas son empujadas “cuesta arriba” de  $b$  a  $a$  en la fuente. En un tiempo  $dt$  fluye una carga  $dQ = I dt$  a través de la fuente; el trabajo que realiza sobre ella esta fuerza no electrostática es  $\mathcal{E} dQ = \mathcal{E}I dt$ . En estos términos,  $\mathcal{E}I$  es la *intensidad* a la que se realiza trabajo sobre las cargas por el medio, cualquiera que éste sea, que genera la fuerza no electrostática en la fuente. Este término representa la rapidez de conversión de energía no eléctrica en energía eléctrica dentro de la fuente. El término  $I^2r$  es la proporción a la que se *disipa* energía eléctrica en la resistencia interna de la fuente. La diferencia  $\mathcal{E}I - I^2r$  es la potencia eléctrica *net*a útil de la fuente, esto es, la rapidez a la que la fuente entrega energía eléctrica al resto del circuito.

### Potencia de entrada a una fuente

Suponga que el rectángulo inferior de la figura 25.22a es él mismo una fuente, con una fem *más grande* que la de la fuente superior y opuesta a ella. La figura 25.23 muestra un ejemplo práctico: el proceso de carga de una batería de automóvil (el elemento de circuito superior) por el alternador del vehículo (el elemento inferior). La corriente  $I$  en el circuito es en este caso *opuesta* a la que se muestra en la figura 25.22; la fuente inferior está empujando corriente en dirección contraria, a



**25.22** (a) La rapidez de conversión de energía no eléctrica en energía eléctrica en la fuente es igual a  $\mathcal{E}I$ . La rapidez de disipación de energía en la fuente es  $I^2r$ . La diferencia  $\mathcal{E}I - I^2r$  es la potencia de salida de la fuente. (b) Una batería de automóvil conectada a un faro es un ejemplo de la vida real del circuito genérico de la parte (a).



**25.23** Cuando se conectan dos fuentes en un circuito de espira simple, la fuente con mayor fem entrega energía a la otra fuente.

través de la fuente superior. Debido a esta inversión de la corriente, en vez de la ecuación (25.15) se tiene, con respecto a la fuente superior,

$$V_{ab} = \mathcal{E} + Ir$$

y en vez de la ecuación (25.19) se tiene

$$P = V_{ab}I = \mathcal{E}I + I^2R \quad (25.20)$$

En vez de que el agente que genera la fuerza no electrostática de la fuente superior realice trabajo, se está realizando trabajo *sobre* el agente. En la fuente superior hay una conversión de energía eléctrica en energía no eléctrica en una proporción de  $\mathcal{E}I$ . El término  $I^2r$  de la ecuación (25.20) es una vez más la rapidez a la que se disipa energía en la resistencia interna de la fuente superior, y la suma  $\mathcal{E}I + I^2r$  es la potencia eléctrica total de *alimentación* a la fuente superior. Esto es lo que sucede cuando se conecta una batería recargable (un acumulador) a un cargador. El cargador suministra energía eléctrica a la batería; una parte de esta energía se transforma en energía química, para someterse más tarde a una reconversión, y el resto se disipa (desperdicia) en la resistencia interna de la batería calentando ésta y provocando un flujo de calor hacia afuera de ella. Si tiene usted una herramienta eléctrica o una computadora portátil con batería recargable, es probable que haya advertido que se calienta cuando se está cargando.

Estrategia para  
resolver problemas

## Potencia y energía en circuitos

**IDENTIFICAR** *los conceptos pertinentes:* Los conceptos de potencia eléctrica de alimentación y salida son aplicables a cualquier circuito eléctrico. En la mayor parte de los casos se sabe cuándo se necesitan estos conceptos, porque el problema pide explícitamente considerar la potencia o la energía.

**PLANTEAR** *el problema según las siguientes etapas:*

1. Haga un dibujo del circuito.
2. Identifique los elementos de circuito, incluso las fuentes de fem y los resistores. En capítulos posteriores incluiremos otras clases de elementos de circuito, entre ellos los capacitores e inductores (se describirán en el capítulo 30).
3. Establezca las variables que se buscan. Por lo regular serán la potencia de alimentación o salida de cada elemento de circuito, o la cantidad total de energía que se introduce o se extrae a o de un elemento de circuito en un tiempo determinado.

**EJECUTAR** *la solución como sigue:*

1. Una fuente de fem  $\mathcal{E}$  entrega una potencia  $\mathcal{E}I$  a un circuito cuando la corriente  $I$  pasa a través de la fuente de  $-$  a  $+$ . La conversión de energía se realiza a partir de energía química en una batería, de energía mecánica a partir de un generador, etcétera. En este caso la fuente tiene una potencia de salida *positiva* hacia el circuito o, lo que es equivalente, una potencia de alimentación *negativa* a la fuente.
2. Una fuente de fem toma la potencia  $\mathcal{E}I$  de un circuito —es decir, tiene una potencia de salida negativa o, lo que es equivalente, una potencia de alimentación positiva— cuando pasa corriente a través de la fuente en la dirección de  $+$  a  $-$ .

Esto ocurre al cargar un acumulador, cuando se convierte de nuevo energía eléctrica en energía química. En este caso la fuente tiene una potencia de salida *negativa* hacia el circuito o, lo que es equivalente, una potencia de alimentación *positiva* a la fuente.

3. Cualquiera que sea la dirección de la corriente a través de un resistor, siempre hay una potencia de alimentación *positiva* al resistor. Éste extrae energía del circuito a una proporción determinada por  $VI = I^2R = V^2/R$ , donde  $V$  es la diferencia de potencial entre los extremos del resistor.
4. Hay también una potencia de alimentación *positiva* a la resistencia interna  $r$  de una fuente, cualquiera que sea la dirección de la corriente. La resistencia interna siempre quita energía al circuito y la convierte en calor en una proporción de  $I^2r$ .
5. Puede ser necesario calcular la energía total entregada o extraída a o de un elemento de circuito en un intervalo de tiempo determinado. Si la potencia que entra o sale a o del circuito es constante, esta integral es simplemente el producto de la potencia por el tiempo transcurrido. (En el capítulo 26 encontraremos situaciones donde la potencia no es constante. En estos casos, se requiere una integral para calcular la energía total).

**EVALUAR** *la respuesta:* Compruebe sus resultados, y no olvide verificar que la energía se conserva. Esta conservación se puede expresar en una de dos formas: “potencia de alimentación neta = potencia de salida neta” o “la suma algebraica de las potencias de alimentación a los elementos de circuito es cero”.

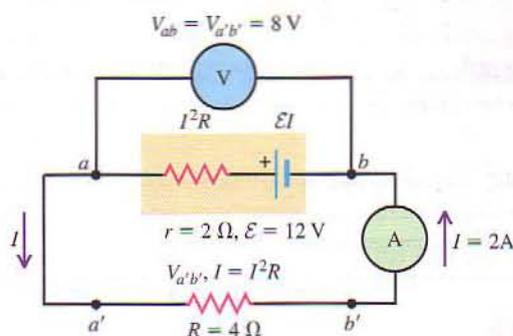
Ejemplo  
25.9

## Potencias de alimentación y salida en un circuito completo

La figura 25.24 muestra la misma situación que se analizó en el ejemplo 25.6. Halle la rapidez de conversión de energía (de química a eléctrica), la rapidez de disipación de energía en la batería y la potencia útil neta de la batería.

## SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** Las variables que se buscan son la potencia útil  $\mathcal{E}I$  de la fuente de fem, la potencia de alimentación  $I^2r$  a la resistencia interna y la potencia de salida neta de la fuente dada por la ecuación (25.19).



## 25.24 Relaciones de potencia en un circuito simple.

Ejemplo  
25.10

## Aumentar la resistencia

Suponga que el resistor de  $4 \Omega$  de la figura 25.24 se sustituye por un resistor de  $8 \Omega$ . ¿Cómo influye esto en la potencia eléctrica que se disipa en el resistor?

## SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** Esta situación es la misma que la del ejemplo 25.9, pero con un valor diferente de la resistencia externa  $R$ .

**EJECUTAR:** De acuerdo con la ecuación (25.18), la potencia que se disipa en el resistor se proporciona por  $P = I^2R$ . Si tuviéramos prisa, podríamos concluir que, puesto que  $R$  tiene ahora el doble del valor que en el ejemplo 25.9, la potencia también sería dos veces más grande, es decir,  $2(16 \text{ W}) = 32 \text{ W}$ . O bien podríamos tratar de utilizar la fórmula  $P = V_{ab}^2/R$ ; esta fórmula nos llevaría a la conclusión de que la potencia debe ser la mitad de la del ejemplo anterior, esto es,  $(16 \text{ W})/2 = 8 \text{ W}$ . ¿Cuál es la respuesta correcta?

De hecho, estas dos conclusiones son incorrectas. La primera, porque al cambiar la resistencia  $R$  también cambia la corriente en el circuito (recuerde que una fuente de fem *no* genera la misma corriente en todas las situaciones). La segunda conclusión también es incorrecta porque la diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre los extremos del resistor cambia cuando se modifica la corriente. Para obtener la respuesta correcta debemos emplear primero la misma técnica que en el ejemplo 25.6 para hallar la corriente:

**EJECUTAR:** De acuerdo con el ejemplo 25.6 la corriente en el circuito es  $I = 2 \text{ A}$ . La rapidez de conversión de energía en la batería es

$$\mathcal{E}I = (12 \text{ V})(2 \text{ A}) = 24 \text{ W}$$

La rapidez de disipación de energía en la batería es

$$I^2r = (2 \text{ A})^2(2 \Omega) = 8 \text{ W}$$

La potencia de salida eléctrica de la fuente es la diferencia entre estas:  $\mathcal{E}I - I^2r = 16 \text{ W}$ .

**EVALUAR:** La potencia de salida también está dada por el producto de la tensión de bornes  $V_{ab} = 8 \text{ V}$  (calculado en el ejemplo 25.6) por la corriente:

$$V_{ab}I = (8 \text{ V})(2 \text{ A}) = 16 \text{ W}$$

La potencia de alimentación eléctrica al resistor es

$$V_{a'b'}I = (8 \text{ V})(2 \text{ A}) = 16 \text{ W}$$

Esto equivale a la rapidez de disipación de energía eléctrica en el resistor:

$$I^2R = (2 \text{ A})^2(4 \Omega) = 16 \text{ W}$$

Dése cuenta que estos resultados concuerdan con la ecuación (25.19), la cual establece que  $V_{ab} = \mathcal{E}I - I^2R$ ; el lado izquierdo de esta ecuación es igual a  $16 \text{ W}$ , y el lado derecho, a  $24 \text{ W} - 8 \text{ W} = 16 \text{ W}$ . Esto comprueba la congruencia de las diversas cantidades de potencia.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12 \text{ V}}{8 \Omega + 2 \Omega} = 1.2 \text{ A}$$

La resistencia más grande reduce la corriente. La diferencia de potencial entre los extremos del resistor es

$$V_{ab} = IR = (1.2 \text{ A})(8 \Omega) = 9.6 \text{ V}$$

la cual es más grande que la que se tiene con el resistor de  $4 \Omega$ . Ahora podemos hallar la potencia que se disipa en el resistor por cualquiera de dos procedimientos:

$$P = I^2R = (1.2 \text{ A})^2(8 \Omega) = 12 \text{ W}$$

$$P = \frac{V_{ab}^2}{R} = \frac{(9.6 \text{ V})^2}{8 \Omega} = 12 \text{ W}$$

**EVALUAR:** Al aumentar la resistencia  $R$  se reduce la potencia de alimentación al resistor. En la expresión  $P = I^2R$  la disminución de corriente es más importante que el aumento de resistencia; en la expresión  $P = V_{ab}^2/R$  el aumento de resistencia es más importante que el incremento de  $V_{ab}$ . Este mismo principio se aplica a los focos eléctricos ordinarios; un foco de  $50 \text{ W}$  tiene más resistencia que un foco de  $100 \text{ W}$ .

¿Puede usted demostrar que la sustitución del resistor de  $4 \Omega$  por uno de  $8 \Omega$  reduce tanto la rapidez de conversión de energía (de química a eléctrica) en la batería como la rapidez de disipación de energía en la batería?

Ejemplo  
25.11

## Potencia en un cortocircuito

La figura 25.25 muestra la misma batería en cortocircuito que se analizó en el ejemplo 25.8. Halle la rapidez de conversión de energía y la rapidez de disipación de energía en la batería, así como la potencia de salida neta de la batería.

## SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** Una vez más, se trata de la situación del ejemplo 25.9, pero ahora la resistencia externa es cero.

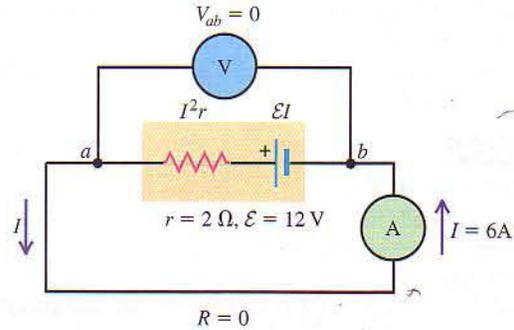
**EJECUTAR:** En el ejemplo 25.8 hallamos que la corriente en esta situación es  $I = 6 \text{ A}$ . La rapidez de conversión de energía (de química a eléctrica) en la batería es

$$\mathcal{E}I = (12 \text{ V})(6 \text{ A}) = 72 \text{ W}$$

La rapidez de disipación de energía en la batería es

$$I^2r = (6 \text{ A})^2(2 \Omega) = 72 \text{ W}$$

La potencia de salida neta de la fuente, dada por  $V_{ab}I$ , es cero porque la tensión de bornes  $V_{ab}$  es cero.



**25.25** Relaciones de potencia en un cortocircuito. Con alambres y amperímetro ideales ( $R = 0$ ), no sale energía eléctrica de la batería.

**EVALUAR:** Toda la energía convertida se disipa dentro de la fuente. Es por esto que una batería en cortocircuito se echa a perder rápidamente y, en algunos casos, puede llegar a estallar.

## Evalúe su comprensión

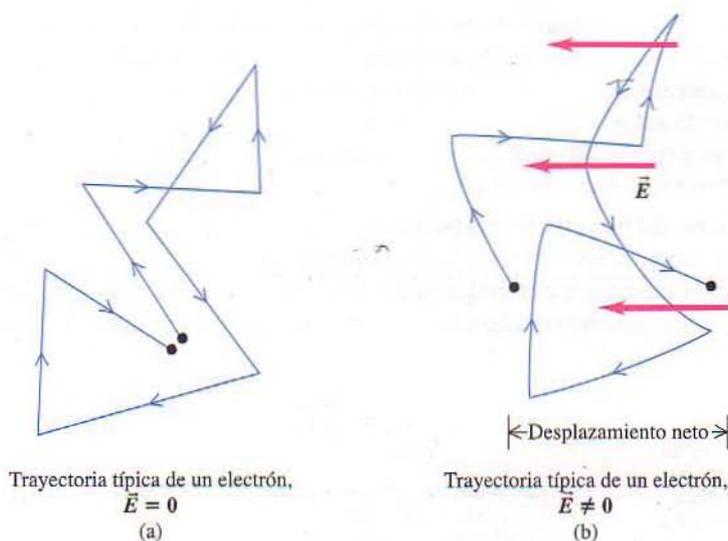
Repita el ejemplo 25.9 aplicado a la situación idealizada donde la fuente no tiene resistencia interna. ¿Cómo compara sus respuestas con las del ejemplo 25.9?

## \*25.6 | Teoría de la conducción metálica

Podemos comprender más a fondo la conducción eléctrica examinando el origen microscópico de la conductividad. Consideraremos un modelo muy simple que trata los electrones como partículas clásicas y pasa por alto su comportamiento mecánico cuántico, de tipo ondulatorio, en los sólidos. Con base en este modelo deduciremos una expresión de la resistividad de un metal. Si bien este modelo no es enteramente correcto en términos conceptuales, no obstante nos ayudará a hacernos una idea intuitiva de la base microscópica de la conducción.

En el modelo microscópico más simple de la conducción en un metal, cada átomo del cristal metálico cede uno o más de sus electrones externos. De este modo estos electrones quedan en libertad para trasladarse por todo el cristal, chocando a intervalos con los iones positivos fijos. El movimiento de los electrones es análogo al de las moléculas de un gas que se trasladan a través de un lecho poroso de arena, y se suele hacer referencia a ellos como un “gas de electrones”.

En ausencia de un campo eléctrico, los electrones se trasladan en línea recta entre colisiones, la dirección de sus velocidades es aleatoria y, en promedio, nunca llegan a ninguna parte (Fig. 25.26a). Pero si está presente un campo eléctrico, las trayectorias se curvan ligeramente debido a la aceleración provocada por las fuerzas del campo eléctrico. La figura 25.26b muestra unas pocas trayectorias de un electrón en un campo eléctrico dirigido de derecha a izquierda. Como mencionamos en la sección 25.1, la rapidez promedio del movimiento aleatorio es del orden de  $10^6 \text{ m/s}$ , en tanto que la rapidez de deriva promedio es *mucho* menor, del orden de  $10^{-4} \text{ m/s}$ . El tiempo promedio entre colisiones se conoce como **tiempo**



**25.26** Movimientos aleatorios de un electrón en un cristal metálico (a) con campo eléctrico cero; y (b) con un campo eléctrico que produce deriva. Se ha exagerado considerablemente la curvatura de las trayectorias.

libre medio, y su símbolo es  $\tau$ . La figura 25.27 muestra una analogía mecánica de este movimiento de electrones.

Nos gustaría deducir de este modelo una expresión de la resistividad  $\rho$  de un material, definida por la ecuación (25.5):

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (25.21)$$

donde  $E$  y  $J$  son las magnitudes respectivas del campo eléctrico y de la densidad de corriente. A su vez, la densidad de corriente  $\vec{J}$  está dada por la ecuación (25.4):

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad (25.22)$$

donde  $n$  es el número de electrones libres por unidad de volumen,  $q$  es la carga de cada uno, y  $\vec{v}_d$  su velocidad de deriva promedio. (Sabemos además que  $q = -e$  en un metal ordinario; este dato nos será útil más adelante).

Es necesario relacionar la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  con el campo eléctrico  $\vec{E}$ . El valor de  $\vec{v}_d$  está determinado por una condición de estado estacionario en la cual, en promedio, las ganancias de velocidad de las cargas debido a la fuerza del campo  $\vec{E}$  están balanceadas exactamente por las pérdidas de velocidad debidas a colisiones.

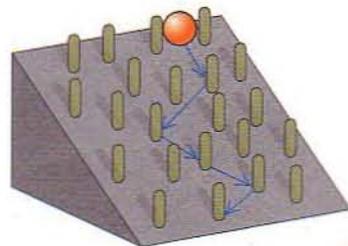
A fin de aclarar este proceso, suponemos que ponemos en marcha los dos efectos uno a la vez. Suponga que antes del tiempo  $t = 0$  no hay campo. De este modo el movimiento de los electrones es totalmente al azar. Un electrón representativo tiene la velocidad  $\vec{v}_0$  en el tiempo  $t = 0$ , y el valor de  $\vec{v}_0$  promediado con respecto a muchos electrones (es decir, la velocidad inicial de un electrón promedio) es cero:  $(\vec{v}_0)_{\text{prom}} = \vec{0}$ . Por lo tanto, en el tiempo  $t = 0$ , activamos un campo eléctrico constante  $\vec{E}$ . El campo ejerce una fuerza  $\vec{F} = q\vec{E}$  sobre cada carga, y esto provoca una aceleración  $\vec{a}$  en la dirección de la fuerza que está dada por

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

donde  $m$  es la masa del electrón. Todos los electrones tienen esta aceleración.

Esperamos durante un tiempo  $\tau$ , el tiempo promedio entre colisiones, y en seguida "ponemos en marcha" las colisiones. Un electrón que tiene la velocidad  $\vec{v}_0$  en el tiempo  $t = 0$  tiene una velocidad en el tiempo  $t = \tau$  igual a

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\tau$$



**25.27** El movimiento de una pelota que rueda hacia abajo en un plano inclinado y rebota en las estacas que encuentra en su camino es análogo al movimiento de un electrón en un conductor metálico en presencia de un campo eléctrico.

La velocidad  $\vec{v}_{\text{prom}}$  de un electrón *promedio* en este tiempo es la suma de los promedios de los dos términos de la derecha. Como hemos señalado, la velocidad inicial  $\vec{v}_0$  es cero en el caso de un electrón promedio; por tanto,

$$\vec{v}_{\text{prom}} = \vec{a}\tau = \frac{q\tau}{m}\vec{E} \quad (25.23)$$

Al cabo del tiempo  $t = \tau$ , la tendencia de las colisiones a reducir la velocidad de un electrón promedio (por medio de colisiones que incrementan la aleatoriedad) compensa exactamente la tendencia del campo  $\vec{E}$  a aumentar esta velocidad. De este modo se mantiene al paso del tiempo la velocidad de un electrón promedio dada por la ecuación (25.23), la cual es igual a la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$ :

$$\vec{v}_d = \frac{q\tau}{m}\vec{E}$$

Ahora sustituimos esta ecuación de la velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  en la ecuación (25.22):

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d = \frac{nq^2\tau}{m}\vec{E}$$

Comparando esto con la ecuación (25.21), la cual podemos escribir también como  $\vec{J} = \vec{E}/\rho$ , y sustituyendo  $q = -e$ , vemos que la resistividad  $\rho$  está dada por

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \quad (25.24)$$

Si  $n$  y  $\tau$  son independientes de  $\vec{E}$ , por esto la resistividad es independiente de  $\vec{E}$  y el material conductor obedece la ley de Ohm.

Poner en marcha las interacciones una por una puede parecer algo artificial. Pero una breve reflexión muestra que la deducción resultaría equivalente si cada electrón tuviese su propio reloj y los tiempos  $t = 0$  fueran diferentes con respecto a los distintos electrones. Si  $\tau$  es el tiempo promedio entre colisiones, entonces  $\vec{v}_d$  sigue siendo la velocidad de deriva promedio de los electrones, a pesar de que los movimientos de los diversos electrones no están correlacionados realmente de la manera que hemos postulado.

¿Qué hay acerca de la dependencia de la resistividad respecto a la temperatura? En un cristal perfecto sin átomos fuera de su lugar, un análisis mecánico cuántico correcto supondría que los electrones libres se trasladan a través del cristal sin colisión alguna. Pero los átomos vibran en torno a sus posiciones de equilibrio. A medida que se incrementa la temperatura, se intensifica la amplitud de estas vibraciones, aumenta la frecuencia de las colisiones y disminuye el tiempo libre medio  $\tau$ . Así que, esta teoría predice que la resistividad de un metal aumenta con la temperatura. En términos generales, en un superconductor no hay colisiones inelásticas,  $\tau$  es infinito y la resistividad  $\rho$  es cero.

En un semiconductor puro como el silicio o el germanio, el número de portadores de carga por unidad de volumen,  $n$ , no es constante, sino que aumenta rápidamente con la temperatura. Este crecimiento de  $n$  supera con creces la reducción del tiempo libre medio, y en un semiconductor la resistividad siempre disminuye rápidamente al aumentar la temperatura. A temperaturas bajas  $n$  es muy pequeño, y la resistividad se hace tan grande que se puede considerar el material como un aislador.

Los electrones ganan energía entre colisiones en virtud del trabajo que realiza el campo eléctrico sobre ellos. Durante las colisiones, los electrones transfieren parte de esta energía a los átomos del material del conductor. Esto da origen a un

aumento de la energía interna y la temperatura del material; es por esto que los alambres que transportan corriente se calientan. Si el campo eléctrico del material es lo bastante grande, un electrón puede ganar la energía suficiente entre colisiones para desprender electrones que normalmente están ligados a los átomos del material. Éstos, a su vez, pueden desprender entonces más electrones, y así sucesivamente, con la posibilidad de crear una avalancha de corriente. Ésta es la base microscópica de la ruptura del dieléctrico en los aisladores.

### Ejemplo 25.12

### Tiempo libre medio en el cobre

Calcule el tiempo libre medio entre colisiones en el cobre a temperatura ambiente.

#### SOLUCIÓN

**IDENTIFICAR Y PLANTEAR:** Se puede hallar una expresión del tiempo libre medio  $\tau$  en términos de  $n$ ,  $\rho$ ,  $e$  y  $m$  reorganizando la ecuación (25.24). De acuerdo con el ejemplo 25.1 y la tabla 25.1, en el caso del cobre  $n = 8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$  y  $\rho = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ . Además, por lo que toca a los electrones,  $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$  y  $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .

**EJECUTAR:** Con base en la ecuación (25.24) se obtiene

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{m}{ne^2\rho} \\ &= \frac{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{(8.5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3})(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})^2(1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m})} \\ &= 2.4 \times 10^{-14} \text{ s}\end{aligned}$$

**EVALUAR:** Si se toma el recíproco de este tiempo, se encuentra que cada electrón sufre en promedio ¡alrededor de  $4 \times 10^{13}$  colisiones cada segundo!

#### Evalúe su comprensión

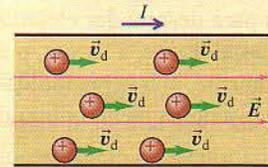
En promedio, ¿qué distancia recorre entre colisiones un electrón a la deriva en el alambre de cobre del ejemplo 25.1 (sección 25.1)? (*Sugerencia:* Véase el ejemplo 25.12).

RESUMEN

La corriente es la cantidad de carga circulando a través de un área específica por unidad de tiempo. La unidad SI de corriente es el ampere, igual a un coulomb por segundo ( $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ ). La corriente  $I$  a través del área  $A$  depende de la concentración  $n$  y de la carga  $q$  de los portadores de carga, así como de la magnitud de su velocidad de deriva  $\vec{v}_d$ . La densidad de corriente es corriente por unidad de área de sección transversal. Por convención, la corriente se describe en términos de un flujo de carga positiva, incluso cuando los portadores de carga reales son negativos o de ambos signos. (Véase el ejemplo 25.1).

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A \quad (25.2)$$

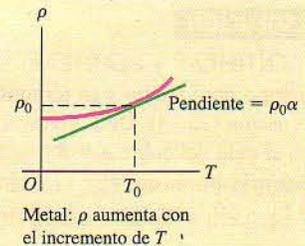
$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad (25.4)$$



La resistividad  $\rho$  de un material se define como la relación de las magnitudes del campo eléctrico y de la densidad de corriente. Los buenos conductores tienen poca resistividad; los buenos aisladores tienen una resistividad grande. La ley de Ohm, que muchos materiales obedecen de modo aproximado, establece que  $\rho$  es una constante independiente del valor de  $E$ . Por lo regular la resistividad aumenta con la temperatura; cuando los cambios de temperatura son pequeños esta variación está representada aproximadamente por la ecuación (25.6), donde  $\alpha$  es el coeficiente de temperatura de la resistividad.

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (25.5)$$

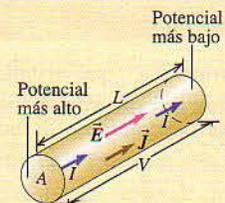
$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (25.6)$$



En el caso de los materiales que obedecen la ley de Ohm, la diferencia de potencial  $V$  entre los extremos de una muestra específica de material es proporcional a la corriente  $I$  que fluye a través del material. La proporción  $V/I = R$  es la resistencia de la muestra. La unidad SI de resistencia es el ohm ( $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$ ). La resistencia de un conductor cilíndrico guarda relación con su resistividad  $\rho$ , su longitud  $L$  y su área de sección transversal  $A$ . (Véanse los ejemplos del 25.2 al 25.4).

$$V = IR \quad (25.11)$$

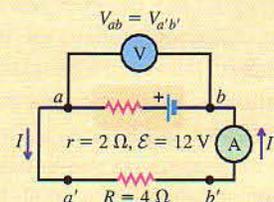
$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (25.10)$$



Un circuito completo tiene un camino continuo que transporta corriente. Un circuito completo con una corriente constante debe contener una fuente de fuerza electromotriz (fem)  $\mathcal{E}$ . La unidad SI de fuerza electromotriz es el volt (1 V). Una fuente de fem ideal mantiene una diferencia de potencial constante, independiente de la corriente a través del dispositivo, pero toda fuente real de fem tiene cierta resistencia  $r$ . Por lo tanto la diferencia de potencial de bornes  $V_{ab}$  depende de la corriente. (Véanse los ejemplos del 25.5 al 25.8).

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir \quad (25.15)$$

(fuente con resistencia interna)



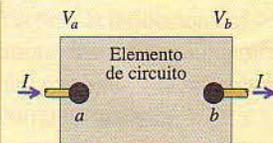
Un elemento de circuito con una diferencia de potencial  $V_a - V_b = V_{ab}$  y una corriente  $I$  introduce energía en un **circuito si la dirección de la corriente es del potencial menor al potencial mayor en el dispositivo**, y extrae energía del **circuito si la corriente es en sentido opuesto**. La potencia  $P$  (**rapidez de transferencia de energía**) es igual al **producto de la diferencia de potencial por la corriente**. Un resistor siempre **extrae energía** eléctrica de un circuito. (Véanse los ejemplos del 25.9 al 25.11).

$$P = V_{ab}I \quad (25.17)$$

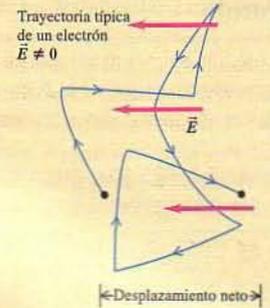
(elemento general de circuito)

$$P = V_{ab}I = I^2R = \frac{V_{ab}^2}{R} \quad (25.18)$$

(potencia que entra en un resistor)



La base microscópica de la conducción en los metales es el movimiento de los electrones que se trasladan libremente por todo el cristal metálico y chocan con los centros iónicos del cristal. En un modelo clásico burdo de este movimiento, se relaciona la resistividad del material con la masa, carga, rapidez de movimiento aleatorio, densidad y tiempo libre entre colisiones de los electrones. (Véase el ejemplo 25.12).



### Términos clave

ampere, 945  
 amperímetro, 958  
 circuito completo, 955  
 coeficiente de temperatura de la resistividad, 949  
 concentración, 945  
 conductividad, 948  
 corriente, 943

corriente convencional, 944  
 densidad de corriente, 945  
 fuente de fem, 955  
 fuerza electromotriz (fem), 955  
 ley de Ohm, 947  
 ohm, 951  
 resistencia, 951

resistencia interna, 957  
 resistividad, 948  
 resistor, 952  
 tensión de bornes, 957  
 tiempo libre medio, 967  
 velocidad de deriva, 943  
 voltímetro, 958

### Notas

## Respuesta a la pregunta inicial del capítulo

La corriente que sale es igual a la corriente que entra. En otras palabras, debe entrar carga en el foco con la misma proporción que sale de él. No se "gasta" ni se consume al fluir a través del foco.

## Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

**Sección 25.1** Duplicar el diámetro aumenta el área de sección transversal  $A$  por un factor de 4. Por tanto, la magnitud de la densidad de corriente  $J = I/A$  se reduce a  $\frac{1}{4}$  del valor del ejemplo 25.1, y la magnitud de la velocidad de deriva  $v_d = J/n|q|$  se reduce por el mismo factor. La nueva magnitud es  $v_d = (0.15 \text{ mm/s})/4 = 0.038 \text{ mm/s}$ . Este comportamiento es el mismo que el de un fluido incompresible, que disminuye su velocidad cuando se traslada desde un tubo estrecho a uno más amplio (véase la sección 14.4).

**Sección 25.2** La figura 25.6b muestra que la resistividad  $\rho$  de un semiconductor aumenta al disminuir la temperatura. De acuerdo con la ecuación (25.5), la magnitud de la densidad de corriente es  $J = E/\rho$ ; por tanto, la densidad de corriente disminuye conforme la temperatura desciende y la resistividad aumenta.

**Sección 25.3** Resolviendo de la ecuación (25.11) para la corriente se ve que  $I = V/R$ . Si la resistencia  $R$  del alambre no cambia, duplicar el voltaje  $V$  hará que también se duplique la corriente  $I$ . Sin embargo, en el ejemplo 25.3 se vio que la resistencia *no* es constante: a medida que la corriente aumenta y la temperatura se eleva,  $R$  también aumenta. Por tanto, duplicar el voltaje produce una corriente *menor* que el doble de la corriente original. Un conductor óhmico es aquél en el que  $R = V/I$  tiene el mismo valor cualquiera que sea el voltaje; así pues, el alambre es *no óhmico*. (En muchos problemas prácticos el cambio de temperatura del alambre es tan pequeño que se puede pasar por alto, por lo que podemos considerar sin riesgo que el alambre es óhmico. Así lo hacemos en casi todos los ejemplos de este libro).

**Sección 25.4** De acuerdo con la ecuación (25.15), la tensión de bornes es  $V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$ ; por tanto, la corriente en el circuito es  $I = (\mathcal{E} - V_{ab})/r = (1.5 \text{ V} - 1.3 \text{ V})/(0.10 \Omega) = 2.0 \text{ A}$ . La tensión de bornes de la batería es también el voltaje entre los extremos del resistor; por tanto,  $V_{ab} = IR$  y  $R = V_{ab}/I = (1.3 \text{ V})/(2.0 \text{ A}) = 0.65 \Omega$ .

**Sección 25.5** Con  $r = 0$ , la corriente en el circuito es  $I = \mathcal{E}/(R + r) = (12 \text{ V})/(4 \Omega + 0 \Omega) = 3 \text{ A}$ . La rapidez de conversión de energía en la batería es  $\mathcal{E}I = (12 \text{ V})(3 \text{ A}) = 36 \text{ W}$ . Puesto que  $r = 0$ , esto equivale a la potencia de salida eléctrica de la batería. También es igual a la rapidez de disipación de energía en el resistor  $I^2R = (3 \text{ A})^2(4 \Omega) = 36 \text{ W}$ . En comparación, con  $r = 2 \Omega$  como en el ejemplo 25.9, la potencia de salida de la batería y la rapidez de disipación de energía en el resistor fue en ambos de  $16 \text{ W}$ . Este ejemplo ilustra cómo, a medida que una batería envejece y su resistencia interna aumenta, la potencia que la batería entrega al circuito disminuye.

**Sección 25.6** Entre colisiones un electrón se mueve a la deriva con una  $v_d = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$  durante un tiempo  $\tau = 2.4 \times 10^{-14} \text{ s}$ , cubriendo una distancia  $v_d\tau = (1.5 \times 10^{-4} \text{ m/s})(2.4 \times 10^{-14} \text{ s}) = 3.6 \times 10^{-18} \text{ m}$ . En comparación, el radio de un átomo de cobre es mil millones de veces más grande: aproximadamente  $10^{-9} \text{ m}$ . ¡Un solo electrón recorre a la deriva sólo una distancia infinitesimal entre colisiones!

## Preguntas para análisis

**P25.1** ¿Cómo es de esperar que varíe con la temperatura la resistividad de un buen aislador, como el vidrio o el poliestireno? Explique su razonamiento.

**P25.2** Se unen extremo con extremo dos alambres de cobre de diferente diámetro. Si fluye una corriente en la combinación de alambres, ¿qué le ocurre a los electrones cuando pasan del alambre de diámetro mayor al alambre de diámetro más pequeño? ¿Aumenta, disminuye o no cambia su rapidez de deriva? Si la rapidez de deriva cambia, ¿cuál es la fuerza que provoca el cambio? Explique su razonamiento.

**P25.3** ¿Cuál es la diferencia entre una fem y una diferencia de potencial? ¿En qué circunstancias son iguales la diferencia de potencial entre los bornes de una batería y la fem de la batería? ¿En qué circunstancias no son iguales?

**P25.4** ¿Puede la diferencia de potencial entre los bornes de una batería tener en algún caso dirección opuesta a la fem? En caso afirmativo, cite un ejemplo. En caso negativo, explique por qué no.

**P25.5** Una regla empírica para determinar la resistencia interna de una fuente afirma que es el cociente del voltaje de circuito abierto entre la corriente de cortocircuito. ¿Es esto correcto? ¿Por qué?

**P25.6** Las baterías siempre se rotulan con su fem; por ejemplo, una batería AA para linterna de mano se rotula como de "1.5 volt". ¿Sería también apropiado incluir un rótulo en las baterías en el que se indique cuánta corriente suministran? ¿Por qué?

**P25.7** ¿Existe un campo eléctrico en el espacio que rodea a una batería ordinaria de linterna cuando no está conectada a nada? Explique su respuesta.

**P25.8** Hemos visto que un coulomb es una cantidad enorme de carga; es prácticamente imposible colocar una carga de  $1 \text{ C}$  a un objeto. Sin embargo, una corriente de  $10 \text{ A}$ ,  $10 \text{ C/s}$ , es muy razonable. Explique esta aparente discrepancia.

**P25.9** En un circuito eléctrico los electrones pasan a través de un resistor. El alambre a ambos lados del resistor tiene el mismo diámetro. a) ¿Cómo es la rapidez de deriva de los electrones antes de entrar en el resistor en comparación con su rapidez después de salir de él? Explique su razonamiento. b) ¿Cómo es la energía potencial de un electrón antes de entrar en el resistor en comparación con la energía potencial después de salir del resistor? Explique su razonamiento.

**P25.10** ¿Por qué se funde un foco, casi siempre al encender el interruptor de luz, pero casi nunca mientras el foco permanece encendido?

**P25.11** Un foco emite luz porque tiene resistencia. La brillantez de un foco aumenta con la energía eléctrica que se disipa en el foco. a) En el circuito que se muestra en la figura 25.28a, los dos focos  $A$  y  $B$  son idénticos. En comparación con el foco  $A$ , ¿emite luz el foco

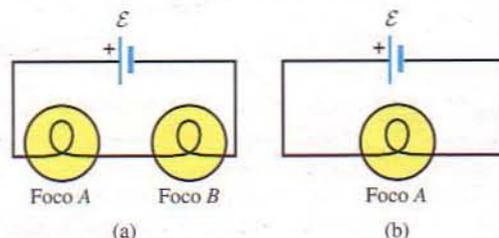
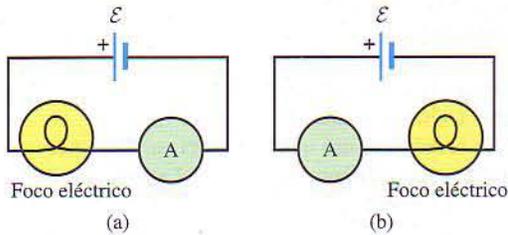


Figura 25.28 Pregunta P25.11.

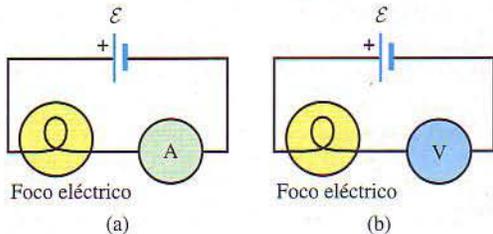
$B$  con más brillantez, la misma brillantez o menos brillantez? Explique su razonamiento. b) Se quita del circuito el foco  $B$  y se completa el circuito como se muestra en la figura 25.28b. En comparación con la brillantez de la bombilla  $A$  en la figura 25.28a, ¿emite luz el foco  $A$  con más brillantez, la misma brillantez o menos brillantez? Explique su razonamiento.

**P25.12** (Véase la pregunta P25.11.) Se coloca un amperímetro ideal  $A$  en un circuito con una batería y un foco como se muestra en la figura 25.29a, y se registra la lectura del amperímetro. Después se conecta de nuevo el circuito como en la figura 25.29b, con las posiciones del amperímetro y del foco invertidas. a) ¿Cómo es la lectura del amperímetro en la situación que se muestra en la figura 25.29a en comparación con la lectura en la situación de la figura 25.29b? Explique su razonamiento. b) ¿En cuál situación emite luz el foco con más brillantez? Explique su razonamiento.



**Figura 25.29** Pregunta P25.12.

**P25.13** (Véase la pregunta P25.11.) ¿Emitirá luz con más brillantez un foco si está conectado a una batería como se muestra en la figura 25.30a, con un amperímetro ideal colocado en el circuito, o si está conectado como se muestra en la figura 25.30b, con un voltímetro ideal colocado en el circuito? Explique su razonamiento.



**Figura 25.30** Pregunta P25.13.

**P25.14** La energía que se puede extraer de un acumulador siempre es menos que la energía introducida en él durante el procedimiento de carga. ¿Por qué?

**P25.15** Ocho baterías de linterna en serie tienen una fem aproximada de 12 V, similar a la de una batería de automóvil. ¿Se podrían utilizar para poner en marcha un automóvil cuya batería está sin carga? ¿Por qué?

**P25.16** Un inventor propone aumentar la potencia que una batería suministra a un foco, utilizando alambre grueso cerca de la batería y alambre más delgado cerca del foco. En el alambre delgado los electrones del alambre grueso quedarían empaquetados más densamente. Llegarían más electrones por segundo al foco y éste recibiría más potencia que si se empleara un alambre de sección transversal constante. ¿Qué piensa usted acerca de este plan?

**P25.17** Los aviones pequeños suelen tener sistemas eléctricos de 24 V en vez de los sistemas de 12 V de los automóviles, no obstante que las necesidades de potencia eléctrica son aproximadamente las mismas en ambas aplicaciones. La explicación que dan los diseñadores de aviones es que un sistema de 24 V pesa menos que uno de 12 V, porque se pueden emplear alambres más delgados. Explique la razón de esto.

**P25.18** Las líneas de transmisión de energía eléctrica a largas distancias siempre funcionan con voltajes muy grandes, a veces de hasta 750 kV. ¿Cuáles son las ventajas de utilizar voltajes tan grandes? ¿Cuáles son las desventajas?

**P25.19** Los cables eléctricos domésticos ordinarios de EE.UU. funcionan habitualmente a 120 V. ¿Por qué resulta deseable este voltaje, en vez de un valor considerablemente mayor o menor? Por otra parte, los automóviles tienen por lo regular sistemas eléctricos de 12 V. ¿Por qué es éste un voltaje deseable?

**P25.20** Un fusible es un dispositivo proyectado para interrumpir un circuito, normalmente por fusión cuando la corriente excede cierto valor. ¿Qué características debe tener el material del fusible?

**P25.21** En ciertos casos las fuentes de energía de alto voltaje se proyectan intencionalmente de modo que tengan una resistencia interna bastante grande como medida de seguridad. ¿Por qué ofrece menos peligro una fuente de energía con una gran resistencia interna que una con el mismo voltaje pero menos resistencia interna?

**P25.22** El texto afirma que los buenos conductores térmicos también son buenos conductores eléctricos. Si es así, ¿por qué los cordones que se emplean para conectar tostadoras, planchas y otros aparatos generadores de calor semejantes no se calientan por conducción del calor que produce el elemento calentador?

## Ejercicios

### Sección 25.1 Corriente eléctrica

**25.1** Una corriente de 3.6 A fluye a través de un faro de automóvil. ¿Cuántos coulombs de carga fluyen a través del faro en 3.0 h?

**25.2** Un alambre de plata de 2.6 mm de diámetro transfiere una carga de 420 C en 80 min. La plata contiene  $5.8 \times 10^{28}$  electrones libres por metro cúbico. a) ¿Cuál es la corriente en el alambre? b) ¿Cuál es la magnitud de la velocidad de deriva de los electrones en el alambre?

**25.3** El cobre tiene  $8.5 \times 10^{28}$  electrones libres por metro cúbico. Un tramo de 71.0 cm de largo de alambre de cobre de calibre 12, de 2.05 mm de diámetro, transporta 4.85 A de corriente. a) ¿Cuánto tiempo le toma a un electrón recorrer este alambre a lo largo? b) Repita el inciso (a) con un alambre de cobre de calibre 6 (4.12 mm de diámetro) de la misma longitud que transporta la misma corriente. c) En términos generales, ¿cómo influye un cambio de diámetro en la velocidad de deriva de los electrones de un alambre que transporta una cantidad determinada de corriente?

**25.4** Un alambre metálico tiene un diámetro de 4.12 mm. Cuando la corriente en el alambre es de 8.00 A, la velocidad de deriva es de  $5.40 \times 10^{-5}$  m/s. ¿Cuál es la densidad de electrones libres en el metal?

**25.5** Cuando un alambre transporta una corriente de 1.20 A, la velocidad de deriva es de  $1.20 \times 10^{-4}$  m/s. ¿Cuál es la velocidad de deriva cuando la corriente es de 6.00 A?

**25.6** Considere el alambre de calibre 18 del ejemplo 25.1. ¿Cuántos átomos hay en 1.00 m<sup>3</sup> de cobre? Con base en la densidad de electrones libres citada en el ejemplo, ¿cuántos electrones libres hay por átomo de cobre?

**25.7** Suponga que en la plata metálica hay un electrón libre por átomo de plata. Calcule la densidad de electrones libres de la plata y compárela con el valor citado en el ejercicio 25.2.

**25.8** Se hace pasar corriente a través de una solución de cloruro de sodio. En 1.00 s,  $2.68 \times 10^{16}$  iones  $\text{Na}^+$  llegan al electrodo negativo y  $3.92 \times 10^{16}$  iones  $\text{Cl}^-$  llegan al electrodo positivo. a) ¿Cuánta corriente pasa entre los electrodos? b) ¿Cuál es la dirección de la corriente?

**25.9** La corriente en cierto alambre varía con el tiempo según la relación  $I = 55 \text{ A} - (0.65 \text{ A/s}^2)t^2$ . a) ¿Cuántos coulombs de carga pasan por una sección transversal del alambre en el intervalo de tiempo entre  $t = 0$  y  $t = 8.0$  s? b) ¿Qué corriente constante transportaría la misma carga en el mismo intervalo de tiempo?

### Sección 25.2 Resistividad y Sección 25.3 Resistencia

**25.10** Un alambre de cobre tiene una sección transversal cuadrada de 2.3 mm por lado. El alambre mide 4.0 m de largo y transporta una corriente de 3.6 A. La densidad de electrones libres es de  $8.5 \times 10^{28}/\text{m}^3$ . Halle la magnitud de a) la densidad de corriente en el alambre; b) el campo eléctrico en el alambre. c) ¿Cuánto tiempo se requiere para que un electrón recorra el alambre a lo largo?

**25.11** En el cableado doméstico se suele emplear alambre de cobre de 2.05 mm de diámetro. Halle la resistencia de un tramo de 24.0 m de largo de este alambre.

**25.12** ¿Cuál es la longitud de un tramo de alambre de cobre de 0.462 mm de diámetro que tiene una resistencia de 1.00  $\Omega$ ?

**25.13** En un experimento realizado a temperatura ambiente, fluye una corriente de 0.820 A a través de un alambre de 3.26 mm de diámetro. Halle la magnitud del campo eléctrico en el alambre si éste es de a) tungsteno; b) aluminio.

**25.14** ¿Cuál debe ser el diámetro de un alambre de cobre para que su resistencia sea la misma que la de un tramo de igual longitud de alambre de aluminio de 3.26 mm de diámetro?

**25.15** Se necesita producir un conjunto de alambres cilíndricos de cobre de 3.50 m de largo con una resistencia de 0.125  $\Omega$  cada uno. ¿Cuál debe ser la masa de cada uno de estos alambres?

**25.16** Un resorte enrollado estrechamente que tiene 75 espiras, cada una de 3.50 cm de diámetro, está hecho de alambre metálico aislado de 3.25 mm de diámetro. La lectura de un óhmetro conectado entre sus extremos opuestos es de 1.74  $\Omega$ . ¿Cuál es la resistividad del metal?

**25.17 Densidad crítica de corriente en superconductores.** Un problema que se presenta con los superconductores de alta temperatura más novedosos es el de alcanzar una densidad de corriente suficientemente grande para usos prácticos sin provocar la reaparición de resistencia. La máxima densidad de corriente con la que el material sigue siendo conductor se conoce como la densidad de corriente crítica del material. En 1987, los laboratorios de investigación de la IBM produjeron películas finas con densidades de corriente críticas de  $1.0 \times 10^5 \text{ A/cm}^2$ . a) ¿Cuánta corriente podría transportar un alambre de calibre 18 (véase el ejercicio 25.1, sección 25.1) de este material sin dejar de ser superconductor? b) Los investigadores intentan crear superconductores con densidades de corriente críticas de  $1.0 \times 10^6 \text{ A/cm}^2$ . ¿Qué diámetro debe tener un alambre cilíndrico de un material de este tipo para transportar 1000 A sin perder su superconductividad?

**25.18** A 20°C, el campo eléctrico en un alambre de tungsteno es de 0.0560 V/m cuando la corriente en el alambre es de 2.80 A. ¿Qué campo eléctrico se requiere en el alambre para tener esta misma corriente a 320°C?

**25.19** Un cubo de aluminio tiene lados de 1.80 m de longitud. ¿Cuál es la resistencia entre dos caras opuestas del cubo?

**25.20** Un foco alimentado por una batería tiene un filamento de tungsteno. Cuando se cierra inicialmente el interruptor que conecta el foco a la batería y la temperatura es de 20°C, la corriente en el foco es de 0.860 A. Después que el foco ha permanecido encendido durante 30 s, la corriente es de 0.220 A. ¿Cuál es la temperatura del filamento en ese momento?

**25.21** Como parte de una demostración en clase, una profesora de física se propone sostener en sus manos un alambre no aislado con corriente. Por razones de seguridad, la diferencia de potencial entre sus manos no debe ser más de 1.50 V. La profesora sostiene sus manos a una distancia de 1.20 m de la otra, con el alambre tensado fuertemente entre ellas. El alambre debe transportar 6.00 A de corriente y es de aluminio. ¿Cuál es el radio mínimo del alambre que satisface el requisito de seguridad?

**25.22** Se aplica una diferencia de potencial de 4.50 V entre los extremos de un alambre de 2.50 m de largo y 0.654 mm de diámetro. La corriente resultante a través del alambre es de 17.6 A. ¿Cuál es la resistividad del alambre?

**25.23** Un alambre de oro que transporta corriente tiene un diámetro de 0.84 mm. El campo eléctrico en el alambre es de 0.49 V/m. ¿Cuál es a) la corriente que el alambre transporta? b) la diferencia de potencial entre dos puntos del alambre a 6.4 m de distancia uno del otro? c) la resistencia de un tramo de 6.4 m de largo de este alambre?

**25.24** Un alambre de longitud  $L$  y área de sección transversal  $A$  tiene una resistencia  $R$ . ¿Cuál será la resistencia del alambre si se alarga al doble de su longitud original? Suponga que la densidad y la resistividad del material no cambian cuando se alarga el alambre.

**25.25** La diferencia de potencial entre puntos de un alambre separados por una distancia de 75.0 cm es de 0.938 V cuando la densidad de corriente es de  $4.40 \times 10^7 \text{ A/m}^2$ . ¿Cuál es a) la magnitud de  $\vec{E}$  en el alambre? b) la resistividad del material del que está hecho el alambre?

**25.26** Cierta resistencia tiene una resistencia de 1.484  $\Omega$  a 20°C y una resistencia de 1.512  $\Omega$  a 34.0°C. ¿Cuál es el coeficiente de temperatura de la resistividad?

**25.27** a) ¿Cuál es la resistencia de un alambre de Nicromo a 0.0°C si su resistencia es de 100.00  $\Omega$  a 11.5°C? b) ¿Cuál es la resistencia de una barra de carbono a 25.8°C si su resistencia es de 0.0160  $\Omega$  a 0.0°C?

**25.28** Se va a utilizar como termómetro un resistor de carbono. En un día de invierno cuando la temperatura es de 4.0°C, la resistencia del resistor de carbono es de 217.3  $\Omega$ . ¿Cuál es la temperatura en un día de primavera cuando la resistencia es de 215.8  $\Omega$ ? (Tome la temperatura de referencia  $T_0$  como 4.0°C).

**25.29** Un hilo de alambre tiene una resistencia de 5.60  $\mu\Omega$ . Halle la resistencia neta de 120 de estos hilos si se a) colocan unos al lado de otros para formar un cable de la misma longitud que un solo hilo; b) conectan extremo con extremo para formar un alambre 120 veces más largo que un solo hilo.

**25.30** La tensión de bornes de una batería en circuito abierto es de 12.6 V. Cuando se conecta un resistor  $R = 4.00 \Omega$  entre los bornes de la batería, el voltaje de bornes de la batería es de 10.4 V. ¿Cuál es la resistencia interna de la batería?

### Sección 25.4 Fuerza electromotriz y circuitos

**25.31** Un cable de transmisión de cobre de 100 km de largo y 10.0 cm de diámetro transporta una corriente de 125 A. a) ¿Cuál es la

caída de potencial entre los extremos del cable? b) ¿Cuánta energía eléctrica se disipa como energía térmica cada hora?

**25.32** Considere el circuito que se muestra en la figura 25.31. La tensión de bornes de la batería de 24.0 V es de 21.2 V. ¿Cuál es a) la resistencia interna  $r$  de la batería; b) la resistencia  $R$  del resistor del circuito?

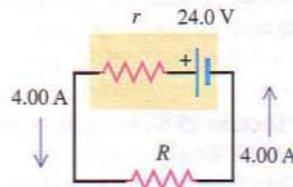


Figura 25.31 Ejercicio 25.32.

**25.33** Se conecta un voltímetro ideal a un resistor de 2.0  $\Omega$  y a una batería con una fem de 5.0 V y resistencia interna de 0.5  $\Omega$  como se muestra en la figura 25.32.

a) ¿Cuál es la corriente en el resistor de 2.0  $\Omega$ ? b) ¿Cuál es la tensión de bornes de la batería? c) ¿Cuál es la lectura en el voltímetro? Explique sus respuestas.

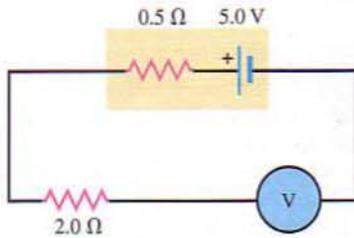


Figura 25.32 Ejercicio 25.33.

**25.34** Un circuito completo consta de una batería de 24.0 V, un resistor de 5.60  $\Omega$  y un interruptor. La resistencia interna de la batería es de 0.28  $\Omega$ . El interruptor está abierto. ¿Cuál es la lectura en un voltímetro ideal cuando éste se conecta a) entre los bornes de la batería? b) entre los extremos del resistor? c) entre los bornes del interruptor? d) Repita los incisos (a), (b) y (c) con el interruptor cerrado.

**25.35** Cuando el interruptor  $S$  de la figura 25.33 está abierto, la lectura del voltímetro  $V$  de la batería es de 3.08 V. Cuando se cierra el interruptor, la lectura del voltímetro baja a 2.97 V, y la lectura del amperímetro es de 1.65 A. Halle la fem, la resistencia interna de la batería y la resistencia  $R$  del circuito. Suponga que los dos medidores son ideales y, por tanto, no influyen en el circuito.

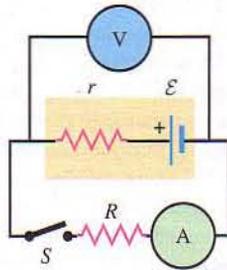


Figura 25.33 Ejercicio 25.35.

**25.36** El circuito que se muestra en la figura 25.34 contiene dos baterías, cada una con una fem y una resistencia interna, y dos resistores. Halle a) la corriente en el circuito (magnitud y dirección); b) la tensión

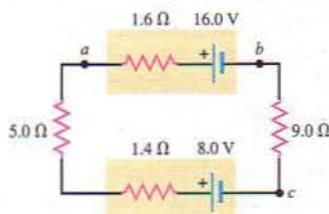


Figura 25.34 Ejercicios 25.36, 25.37, 25.38 y 25.46.

de bornes  $V_{ab}$  de la batería de 16.0 V; c) la diferencia de potencial  $V_{ac}$  del punto  $a$  con respecto al punto  $c$ . d) Tomando la figura 25.20 como modelo, grafique las subidas y caídas de potencial de este circuito.

**25.37** En el circuito que se muestra en la figura 25.34, se quita la batería de 16.0 V y se inserta de nuevo con la polaridad opuesta, de modo que ahora su borne negativo está junto al punto  $a$ . Halle a) la corriente en el circuito (magnitud y dirección); b) la tensión de bornes  $V_{ab}$  de la batería de 16.0 V; c) la diferencia de potencial  $V_{ac}$  del punto  $a$  con respecto al punto  $c$ . d) Grafique las subidas y caídas de potencial de este circuito (vea la Fig. 25.20).

**25.38** En el circuito de la figura 25.34, se quita el resistor de 5.0  $\Omega$  y se sustituye por un resistor de resistencia desconocida  $R$ . A continuación, se conecta un voltímetro ideal entre los puntos  $b$  y  $c$ , y su lectura es de 1.9 V. Halle a) la corriente en el circuito; b) la resistencia  $R$ . c) Grafique las subidas y caídas de potencial de este circuito (véase la Fig. 25.20).

**25.39** Se efectuaron las mediciones siguientes de corriente y diferencia de potencial en un resistor construido de alambre de Nicromo:

$I$ (A)	0.50	1.00	2.00	4.00
$V_{ab}$ (V)	1.94	3.88	7.76	15.52

a) Grafique  $V_{ab}$  en función de  $I$ . b) ¿Obedece el Nicromo la ley de Ohm? ¿Cómo se puede saber? c) ¿Cuál es la resistencia del resistor en ohms?

**25.40** Se efectuaron las mediciones siguientes en un resistor de Thyrite:

$I$ (A)	0.50	1.00	2.00	4.00
$V_{ab}$ (V)	2.55	3.11	3.77	4.58

a) Grafique  $V_{ab}$  en función de  $I$ . b) ¿Obedece el Thyrite la ley de Ohm? ¿Cómo se puede saber? c) Grafique la resistencia  $R = V_{ab}/I$  en función de  $I$ .

**25.41** La resistencia interna de una batería de linterna aumenta gradualmente con el tiempo, aunque no se utilice la batería. Sin embargo, la fem permanece razonablemente constante en alrededor de 1.5 V. Se puede evaluar la antigüedad de las baterías en el momento de adquirirlas conectando un amperímetro directamente entre los bornes de la batería y leyendo la corriente. La resistencia del amperímetro es tan pequeña que prácticamente se pone la batería en cortocircuito. a) La corriente de cortocircuito de una batería de linterna nueva (fem 1.50 V) es de 14.8 A. ¿Cuál es la resistencia interna? b) ¿Cuál es la resistencia interna si la corriente de cortocircuito es de sólo 6.8 A? c) La corriente de cortocircuito de una batería de automóvil de 12.6 V puede ser de hasta 1000 A. ¿Cuál es su resistencia interna?

### Sección 25.5 Energía y potencia en circuitos eléctricos

**25.42** Un resistor con una diferencia de potencial de 15.0 V entre sus extremos emite energía térmica a razón de 327 W. a) ¿Cuál es su resistencia? b) ¿Cuál es la corriente en el resistor?

**25.43** Para aturdir a su presa, la anguila eléctrica *Electrophorus electricus* genera pulsaciones de corriente de 0.80 A a lo largo de su piel. Esta corriente fluye a través de una diferencia de potencial de 650 V. ¿En qué proporción entrega energía a su presa la *Electrophorus*?

**25.44** El receptor de un sistema de posicionamiento global (GPS, por sus siglas en inglés), que funciona con baterías a 9.0 V, toma una corriente de 0.13 A. ¿Cuánta energía eléctrica consume durante 1.5 h?

**25.45** Considere un resistor de longitud  $L$ , área de sección transversal uniforme  $A$  y resistividad uniforme  $\rho$  que transporta una cor-

rriente de densidad de corriente uniforme  $J$ . Con base en la ecuación (25.18), halle la energía eléctrica disipada por unidad de volumen,  $p$ . Exprese su resultado en términos de a)  $E$  y  $J$ ; b)  $J$  y  $\rho$ ; c)  $E$  y  $\rho$ .

**25.46** Considere el circuito de la figura 25.34. a) ¿Cuál es la rapidez total de disipación de energía eléctrica en los resistores de  $5.00 \Omega$  y  $9.00 \Omega$ ? b) ¿Cuál es la potencia de salida de la batería de  $16.0 \text{ V}$ ? c) ¿Con qué rapidez se está convirtiendo energía eléctrica en otras formas en la batería de  $8.0 \text{ V}$ ? d) Demuestre que la potencia de salida de la batería de  $16.0 \text{ V}$  es igual a la rapidez global de disipación de energía eléctrica en el resto del circuito.

**25.47** La capacidad de un acumulador, como los que se utilizan en los sistemas eléctricos de automóvil, se especifica en ampere-hora ( $\text{A} \cdot \text{h}$ ). Un acumulador de  $50 \text{ A} \cdot \text{h}$  puede suministrar una corriente de  $50 \text{ A}$  durante  $1 \text{ h}$ , o de  $25 \text{ A}$  durante  $2.0 \text{ h}$ , y así sucesivamente. a) ¿Cuál es la energía total que puede suministrar un acumulador de  $12 \text{ V}$  y  $60 \text{ A} \cdot \text{h}$  si su resistencia interna es insignificante? b) ¿Qué volumen de gasolina (en litros) tiene un calor total de combustión igual a la energía que se obtiene en el inciso (a)? (Véase la sección 15.7. La densidad de la gasolina es de  $900 \text{ kg/m}^3$ .) c) Si un generador con potencia de salida eléctrica promedio de  $0.45 \text{ kW}$  está conectado al acumulador, ¿cuánto tiempo le toma cargar totalmente el acumulador?

**25.48** En el circuito analizado en el ejemplo 25.9 (sección 25.5) se sustituye el resistor de  $4.0 \Omega$  por uno de  $8.0 \Omega$ , como en el ejemplo 25.10 (sección 25.5). a) Calcule la rapidez de conversión de energía química en energía eléctrica en la batería. ¿Cómo es su respuesta en comparación con el resultado calculado en el ejemplo 25.9? b) Calcule la rapidez de disipación de energía eléctrica en la resistencia interna de la batería. ¿Cómo es su respuesta en comparación con el resultado calculado en el ejemplo 25.9? c) Con base en los resultados de los incisos (a) y (b), calcule la potencia de salida neta de la batería. ¿Cómo es su resultado en comparación con la energía eléctrica disipada en el resistor de  $8.0 \Omega$ , según se calculó con respecto a este circuito en el ejemplo 25.10?

**25.49** En el circuito de la figura 25.35, halle a) la rapidez de conversión de energía interna (química) en energía eléctrica dentro de la batería; b) la rapidez de disipación de energía eléctrica en la batería; c) la rapidez de disipación de energía eléctrica en el resistor externo.

**25.50** Una linterna pequeña ordinaria contiene dos baterías, cada una con una fem de  $1.5 \text{ V}$ , conectadas en serie con un foco cuya resistencia es de  $17 \Omega$ . a) Si la resistencia interna de las baterías es insignificante, ¿qué potencia se entrega al foco? b) Si las baterías duran  $5.0 \text{ h}$ , ¿cuál es la energía total entregada al foco? c) La resistencia de las baterías reales aumenta conforme se agotan. Si la resistencia interna inicial es insignificante, ¿cuál es la resistencia interna combinada de las dos baterías cuando la potencia que se entrega al foco ha disminuido a la mitad de su valor inicial? (Suponga que la resistencia del foco es constante. En realidad, cambia un poco cuando la corriente a través del filamento cambia, porque esto altera la temperatura del filamento y, por tanto, la resistividad del alambre del filamento).

**25.51** Un calentador eléctrico de “ $40 \text{ W}$ ” ha sido proyectado para funcionar con tomas de corriente de  $120 \text{ V}$ . a) ¿Cuál es su resistencia? b) ¿Cuál corriente toma? c) Si el voltaje de línea cae a  $110 \text{ V}$ , ¿qué potencia toma el calentador? (Suponga que la resistencia es

constante. En realidad, cambia debido a la variación de temperatura). d) Las bobinas del calentador son metálicas; por tanto, la resistencia del calentador disminuye al bajar la temperatura. Si se tiene en cuenta el cambio de resistencia con la temperatura, ¿es la potencia eléctrica consumida por el calentador mayor o menor que la calculada en el inciso (c)? Explique su respuesta.

### \*Sección 25.6 Teoría de la conducción metálica

**\*25.52** El silicio puro contiene aproximadamente  $1.0 \times 10^{16}$  electrones libres por metro cúbico. a) A temperatura ambiente, ¿cuál es el tiempo libre medio  $\tau$  que da un valor de resistividad que concuerda con el que se muestra en la tabla 25.1? b) Su respuesta al inciso (a) es mucho mayor que el tiempo libre medio del cobre dado en el ejemplo 25.12 (sección 25.6). ¿Por qué entonces tiene el silicio puro una resistividad tan grande en comparación con el cobre?

### Problemas

**25.53** Un conductor eléctrico proyectado para transportar corrientes grandes tiene una sección circular de  $2.50 \text{ mm}$  de diámetro y mide  $14.0 \text{ m}$  de largo. La resistencia entre sus extremos es de  $0.104 \Omega$ . a) ¿Cuál es la resistividad del material? b) Si la magnitud del campo eléctrico en el conductor es de  $1.28 \text{ V/m}$ , ¿cuál es la corriente total? c) Si el material tiene  $8.5 \times 10^{28}$  electrones libres por metro cúbico, halle la rapidez de deriva promedio en las condiciones del inciso (b).

**25.54** Se sumerge un tubo de plástico de  $25.0 \text{ m}$  de largo y  $4.00 \text{ cm}$  de diámetro en una solución de plata, y se deposita una capa uniforme de plata de  $0.100 \text{ mm}$  de espesor sobre la superficie externa del tubo. Si este tubo recubierto se conecta luego a los bornes de una batería de  $12.0 \text{ V}$ , ¿cuál será la corriente?

**25.55** En su primer día de trabajo como técnico electricista, se le pide determinar la resistencia por metro de un trozo largo de alambre. La compañía para la que trabaja está mal equipada. Usted encuentra una batería, un voltímetro y un amperímetro, pero ningún medidor para medir directamente la resistencia (un óhmetro). Entonces, conecta los alambres del voltímetro a los bornes de la batería, y la lectura del medidor es de  $12.6 \text{ V}$ . Luego, corta un trozo de  $20.0 \text{ m}$  del alambre y lo conecta a la batería, con un amperímetro en serie con ella para medir la corriente en el alambre. La lectura del amperímetro es de  $7.00 \text{ A}$ . Después, corta un trozo de alambre de  $40.0 \text{ m}$  de largo y lo conecta a la batería, nuevamente con el amperímetro en serie para medir la corriente. La lectura del amperímetro es de  $4.20 \text{ A}$ . A pesar de que el equipo con el que cuenta usted es limitado, su jefe le asegura que es de buena calidad; el amperímetro tiene una resistencia muy pequeña y la resistencia del voltímetro es muy grande. ¿Cuál es la resistencia de un metro de alambre?

**25.56** Se forma un tramo de alambre de  $2.0 \text{ m}$  de largo soldando el extremo de un alambre de plata de  $120 \text{ cm}$  de longitud a un alambre de cobre de  $80 \text{ cm}$  de longitud. Ambos alambres tienen un diámetro de  $0.60 \text{ mm}$ . El alambre está a temperatura ambiente, por lo que sus resistividades son las que aparecen en la tabla 25.1. Se mantiene una diferencia de potencial de  $5.0 \text{ V}$  entre los extremos del alambre combinado de  $2.0 \text{ m}$ . a) ¿Cuál es la corriente en la sección de cobre? b) ¿Cuál es la corriente en la sección de plata? c) ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en el cobre? d) ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en la plata? e) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos de la sección de plata del alambre?

**25.57** Un tramo de alambre de cobre de  $3.00 \text{ m}$  de largo a  $20^\circ\text{C}$  tiene una sección de  $1.20 \text{ m}$  de longitud con un diámetro de  $1.60 \text{ mm}$

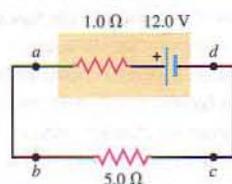


Figura 25.35 Ejercicio 25.49.

y una sección de 1.80 m de longitud con un diámetro de 0.80 mm. Hay una corriente de 2.5 mA en la sección de 1.60 mm de diámetro. a) ¿Cuál es la corriente en la sección de 0.80 mm de diámetro? b) ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en la sección de 1.60 mm de diámetro? c) ¿Cuál es la magnitud de  $\vec{E}$  en la sección de 0.80 mm de diámetro? d) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los extremos del tramo de alambre de 3.00 m de largo?

**25.58** a) La energía cinética disponible por unidad de volumen, debida a la velocidad de deriva de los electrones de conducción en un conductor que transporta corriente, se puede definir como  $K$  volumen  $= n(\frac{1}{2}mv_d^2)$ . Con base en esta expresión, evalúe  $K$ /volumen del alambre de cobre y la corriente del ejemplo 25.1 (sección 25.1). b) Calcule el cambio total de energía potencial eléctrica de los electrones de conducción de  $1.0 \text{ cm}^3$  de cobre si éstos caen a través de una baja de potencial de 1.0 V. ¿Cómo es su respuesta en comparación con la energía cinética disponible en  $1.0 \text{ cm}^3$  debido a la velocidad de deriva?

**25.59** A un material de resistividad  $\rho$  se le da la forma de un cono truncado sólido de altura  $h$  y radios  $r_1$  y  $r_2$  en los extremos (Fig. 25.36). a) Calcule la resistencia del cono entre las dos caras planas.



Figura 25.36 Problema 25.59.

(Sugerencia: Suponga que rebana el cono en muchos discos delgados y calcule la resistencia de uno de esos discos.) b) Demuestre que su resultado concuerda con la ecuación (25.10) cuando  $r_1 = r_2$ .

**25.60** La región entre dos esferas conductoras concéntricas de radios  $a$  y  $b$  está llena de un material conductor con resistividad  $\rho$ . a) Demuestre que la resistencia entre las esferas está dada por

$$R = \frac{\rho}{4\pi} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

b) Deduzca una expresión de la densidad de corriente en función del radio, en términos de la diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre las esferas. c) Demuestre que el resultado del inciso (a) se reduce a la ecuación (25.10) cuando la separación  $L = b - a$  entre las esferas es pequeña.

**25.61 Fuga en un dieléctrico.** Dos placas paralelas de un capacitor tienen cargas iguales y opuestas  $Q$ . El dieléctrico tiene una constante dieléctrica  $K$  y una resistividad  $\rho$ . Demuestre que la corriente de "fuga"  $I$  transportada por el dieléctrico está dada por  $I = Q/K\epsilon_0\rho$ .

**25.62** Las dimensiones de un bloque rectangular de metal de resistividad  $\rho$  son  $d \times 2d \times 3d$ . Se va a aplicar una diferencia de potencial  $V$  entre dos caras opuestas del bloque. a) ¿A cuáles dos caras del bloque se debe aplicar la diferencia de potencial para obtener la máxima densidad de corriente? ¿Cuál es esta densidad de corriente máxima? b) ¿A cuáles dos caras del bloque se debe aplicar la diferencia de potencial para obtener la máxima corriente? ¿Cuál es esta corriente máxima?

**25.63** El coeficiente de temperatura de la resistencia  $\alpha$  de la ecuación (25.12) es igual al coeficiente de temperatura de la resistividad  $\alpha$  de la ecuación (25.6) sólo si el coeficiente de expansión térmica es pequeño. Se tiene una columna cilíndrica de mercurio en un tubo vertical de vidrio. A  $20^\circ\text{C}$ , la longitud de la columna de mercurio es de 12.0 cm. El diámetro de la columna de mercurio es de 1.6 mm y no cambia con la temperatura porque el coeficiente de expansión térmica del vidrio es pequeño. El coeficiente de expansión volumétrica del mercurio se muestra en la tabla 17.2, su resistividad a  $20^\circ\text{C}$ , en la tabla 25.1, y su coeficiente de temperatura de la resistividad, en la tabla

25.2. a) A  $20^\circ\text{C}$ , ¿cuál es la resistencia entre los extremos de la columna de mercurio? b) Se calienta la columna de mercurio a  $60^\circ\text{C}$ . ¿Cuánto cambia su resistividad? c) ¿Cuánto cambia su longitud? Explique por qué es el coeficiente de expansión volumétrica, y no el coeficiente de expansión lineal, lo que determina el cambio de longitud. d) ¿Cuánto cambia su resistencia? (Sugerencia: Dado que los cambios porcentuales de  $\rho$  y  $L$  son pequeños, puede ser útil deducir a partir de la ecuación (25.10) una ecuación de  $\Delta R$  en términos de  $\Delta\rho$  y  $\Delta L$ .) e) ¿Cuál es el coeficiente de temperatura de la resistencia  $\alpha$  de la columna de mercurio, según lo define la ecuación (25.12)? ¿Cómo es este valor en comparación con el coeficiente de temperatura de la resistividad? ¿Es importante el efecto del cambio de longitud?

**25.64** a) ¿Cuál es la diferencia de potencial  $V_{ab}$  en el circuito de la figura 25.37? b) ¿Cuál es la tensión de bornes de la batería de 4.00 V? c) Se inserta en el circuito una batería con una fem de 10.30 V y resistencia interna de  $0.50 \Omega$  en  $d$ , con su borne negativo conectado al borne negativo de la batería de 8.00 V. ¿Cuál es ahora la diferencia de potencial  $V_{ab}$  entre los bornes de la batería de 4.00 V?

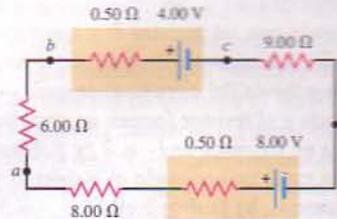


Figura 25.37 Problema 25.64.

**25.65** La diferencia de potencial entre los bornes de una batería es de 8.4 V cuando hay una corriente de 1.50 A en la batería, del borne negativo al borne positivo. Cuando la corriente es de 3.50 A en el sentido inverso, la diferencia de potencial cambia a 9.4 V. a) ¿Cuál es la resistencia interna de la batería? b) ¿Cuál es la fem de la batería?

**25.66** Una persona con una resistencia corporal de  $10 \text{ K}\Omega$  entre sus manos sujeta accidentalmente los bornes de una fuente de energía de 14 kV. a) Si la resistencia interna de la fuente de energía es de  $2000 \Omega$ , ¿cuál es la corriente a través del cuerpo de la persona? b) ¿Cuánta energía eléctrica se disipa en su cuerpo? c) Si se va a eliminar la peligrosidad de la fuente de energía aumentando su resistencia interna, ¿cuál debe ser la resistencia interna para que la corriente máxima en la situación que se ha descrito sea de 1.00 mA o menos?

**25.67** La resistividad del cuerpo humano en conjunto (aparte de la resistencia superficial de la piel) es aproximada de  $5.0 \Omega \cdot \text{m}$ . El camino conductor entre las manos se puede representar de forma aproximada como un cilindro de 1.6 m de largo y 0.10 m de diámetro. La resistencia de la piel se hace insignificante mojando las manos en agua salada. a) ¿Cuál es la resistencia entre las manos si la resistencia de la piel es insignificante? b) ¿Qué diferencia de potencial se necesita entre las manos para que haya una corriente letal de choque de 100 mA? (Observe que su resultado indica que diferencias de potencial pequeñas producen corrientes peligrosas cuando la piel está húmeda.) c) Con la corriente del inciso (b), ¿qué energía se disipa en el cuerpo?

**25.68** Un dispositivo semiconductor que no obedece la ley de Ohm tiene la relación entre corriente y voltaje  $V = \alpha I + \beta I^2$ , con  $\alpha = 2.50 \Omega$  y  $\beta = 0.360 \Omega/\text{A}$ . a) Si el dispositivo está conectado a través de una diferencia de potencial de 4.00, ¿cuál es la diferencia

de potencial que se requiere para producir a través del dispositivo una corriente dos veces mayor que la calculada en el inciso (a)?

**25.69** Una batería de auto de 12.6 V con resistencia interna insignificante está conectada a una combinación en serie de un resistor de  $3.2 \Omega$  que obedece la ley de Ohm y un termistor que no obedece la ley de Ohm, sino que tiene una relación entre corriente y voltaje  $V = \alpha I + \beta I^2$ , con  $\alpha = 3.8 \Omega$  y  $\beta = 1.3 \Omega/\text{A}$ . ¿Cuál es la corriente a través del resistor de  $3.2 \Omega$ ?

**25.70** La tensión de bornes de una fuente en circuito abierto es de 7.86 V, y su corriente de cortocircuito es de 9.25 A. a) ¿Cuál es la corriente cuando se conecta a los bornes de la fuente un resistor cuya resistencia es de  $2.4 \Omega$ ? El resistor obedece la ley de Ohm. b) ¿Cuál es la corriente en el dispositivo semiconductor del problema 25.68 cuando se halla conectado entre los bornes de esta fuente? c) ¿Cuál es la tensión de bornes de la fuente con la corriente calculada en el inciso (b)?

**25.71. Amperímetro no ideal.** A diferencia del amperímetro idealizado descrito en la sección 25.3, todo amperímetro real tiene una resistencia diferente de cero. a) Se conecta un amperímetro con resistencia  $R_A$  en serie con un resistor  $R$  y una batería de fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$ . La corriente medida por el amperímetro es  $I_A$ . Halle la corriente a través del circuito si se quita el amperímetro a fin de que la batería y el resistor formen un circuito completo. Exprese su respuesta en términos de  $I_A$ ,  $r$ ,  $R_A$  y  $R$ . Cuanto más "ideal" es el amperímetro, tanto más pequeña es la diferencia entre esta corriente y la corriente  $I_A$ . b) Si  $R = 3.80 \Omega$ ,  $\mathcal{E} = 7.50 \text{ V}$  y  $r = 0.45 \Omega$ , halle el valor máximo de la resistencia del amperímetro  $R_A$  con el que  $I_A$  no difiere en más de 1% de la corriente del circuito en ausencia del amperímetro. c) Explique por qué su respuesta al inciso (b) representa un valor *máximo*.

**25.72 Voltímetro no ideal.** A diferencia del voltímetro idealizado descrito en la Sección 25.3, todo voltímetro real tiene una resistencia que no es infinitamente grande. a) Un voltímetro con resistencia  $R_V$  está conectado entre los bornes de una batería de fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$ . Halle la diferencia de potencial medida por el voltímetro. b) Si  $\mathcal{E} = 7.50 \text{ V}$  y  $r = 0.45 \Omega$ , halle el valor mínimo de la resistencia del voltímetro  $R_V$  de tal manera que la lectura del voltímetro no difieran en más del 1% de la fem de la batería. c) Explique por qué su respuesta al inciso (b) representa un valor *mínimo*.

**25.73** De acuerdo con el Código Eléctrico Nacional de EE.UU., no se permite que el alambre de cobre que se emplea para el cableado interior de casas, hoteles, edificios de oficinas e instalaciones industriales, transporte más que cierta cantidad máxima específica de corriente. La tabla siguiente muestra la corriente máxima  $I_{\text{máx}}$  correspondiente a varios tamaños comunes de alambre con aislador de cambray barnizado. El "calibre de alambre" es un método estándar para describir el diámetro de los alambres. Dése cuenta que, cuanto más grande es el diámetro del alambre, tanto *más pequeño* es su calibre.

Calibre de alambre	Diámetro (cm)	$I_{\text{máx}}$ (A)
14	0.163	18
12	0.205	25
10	0.259	30
8	0.326	40
6	0.412	60
5	0.462	65
4	0.519	85

a) ¿Qué consideraciones determinan la capacidad máxima de transporte de corriente del cableado doméstico? b) Se va a suministrar un total de 4200 W de potencia por conducto de los alambres de una casa a los aparatos electrodomésticos. Si la diferencia de potencial entre el grupo de aparatos es de 120 V, determine el calibre del alambre más fino permisible que se puede utilizar. c) Suponga que el alambre utilizado en esta casa es del calibre hallado en el inciso (b) y tiene una longitud total de 42.0 m. ¿En qué proporción se disipa energía en los alambres? d) La casa está construida en una comunidad donde el costo de la energía eléctrica para el consumidor es de \$0.11 por kilowatt-hora. Si la casa se construyese con alambre del calibre más grande siguiente con respecto al hallado en el inciso (b), ¿cuál sería el ahorro en el costo de la electricidad durante un año? Suponga que los aparatos permanecen encendidos 12 horas al día en promedio.

**25.74** Una tostadora que utiliza un elemento calentador de Nicromo funciona con 120 V. Cuando se enciende a  $20^\circ\text{C}$ , el elemento calentador transporta una corriente inicial de 1.35 A. Algunos segundos después la corriente alcanza el valor estable de 1.23 A. a) ¿Cuál es la temperatura final del elemento? El valor promedio del coeficiente de temperatura de la resistividad del Nicromo en el intervalo de temperatura es de  $4.5 \times 10^{-4} (\text{C}^\circ)^{-1}$ . b) ¿Cuál es la energía que se disipa en el elemento calentador i) inicialmente; ii) cuando la corriente alcanza un valor estable?

**25.75** En el circuito de la figura 25.38, halle a) la corriente a través del resistor de  $8.0 \Omega$ ; b) la rapidez total de disipación de energía eléctrica en el resistor y en la resistencia interna de las baterías. c) En una de las baterías se convierte energía química en energía eléctrica. ¿En cuál de ellas está ocurriendo esto, y con qué rapidez? d) En una de las baterías se convierte energía eléctrica en energía química. ¿En cuál de ellas está ocurriendo esto, y con qué rapidez? e) Demuestre que la rapidez global de producción de energía eléctrica es igual a la rapidez global de consumo de energía eléctrica en el circuito.

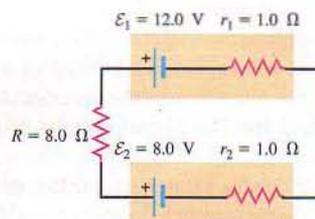


Figura 25.38 Problema 25.75.

**25.76** Un rayo cae en un extremo de un pararrayos de acero, y produce una oleada de corriente de 15 000 A que dura  $65 \mu\text{s}$ . El pararrayos tiene 2.0 m de largo y 1.8 cm de diámetro, y su otro extremo está conectado a tierra por medio de 35 m de alambre de cobre de 8.0 mm. a) Halle la diferencia de potencial entre la parte superior del pararrayos de acero y el extremo inferior del alambre de cobre durante la oleada de corriente. b) Halle la energía total depositada en el pararrayos y en el alambre por la oleada de corriente.

**25.77** El experimento de Tolman-Stewart (1916) demostró que las cargas libres de un metal son negativas y aportó una medición cuantitativa de su proporción de carga a masa,  $|q|/m$ . El experimento consistió en detener abruptamente un carrito de alambre que giraba rápidamente y medir la diferencia de potencial que esto creaba entre los extremos del alambre. En un modelo simplificado de este experimento, considere una varilla metálica de longitud  $L$  a la que se impar-

te una aceleración uniforme  $\vec{a}$  hacia la derecha. Inicialmente, las cargas libres del metal se retardan con respecto al movimiento de la varilla, con lo cual se establece un campo eléctrico  $\vec{E}$  en la varilla. En el estado estacionario este campo ejerce una fuerza sobre las cargas libres que las acelera a lo largo de la varilla. a) Aplique  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  a las cargas libres para obtener una expresión de  $|q|/m$  en términos de las magnitudes del campo eléctrico inducido  $\vec{E}$  y la aceleración  $\vec{a}$ . b) Si todas las cargas libres de la varilla metálica tienen la misma aceleración, el campo eléctrico  $\vec{E}$  es el mismo en todos los puntos de la varilla. Con base en este hecho, reformule la expresión de  $|q|/m$  en términos del potencial  $V_{bc}$  entre los extremos de la varilla (Fig. 25.39). c) Si las cargas libres son negativas, ¿cuál extremo de la varilla,  $b$  o  $c$  está al potencial más alto? d) Si la varilla tiene 0.50 m de largo y las cargas libres son electrones (carga  $q = -1.60 \times 10^{-19}$  C, masa  $9.11 \times 10^{-31}$  kg), ¿cuál es la magnitud de la aceleración que se requiere para crear una diferencia de potencial de 1.0 mV entre los extremos de la varilla? e) Comente por qué en el experimento real se empleó un carrito giratorio de alambre fino en vez de una barra móvil como en nuestro análisis simplificado.



Figura 25.39 Problema 25.77.

**25.78** Se va a utilizar una bobina como calentador de inmersión para hervir agua. La bobina funcionará a 120 V y debe calentar 250 cm<sup>3</sup> de agua de 20°C a 100°C en 6.0 minutos. La capacidad calorífica específica del agua es de 4190 J/kg·°C. a) ¿Cuál debe ser la resistencia de la bobina (se supone independiente de la temperatura)? b) La bobina se fabricará con 25.0 cm<sup>3</sup> de Nicromo, al que se le dará forma de alambre. ¿Cuál debe ser la longitud total del alambre que se utilice para hacer la bobina, y cuál debe ser el radio del alambre? Suponga que el alambre tiene sección transversal circular y que el procedimiento de transformación del Nicromo en alambre no afecta el volumen de éste.

**25.79** Una batería de 12.0 V tiene una resistencia interna de 0.24 Ω y una capacidad de 50.0 A·h. (Véase el ejercicio 25.47). Se carga la batería haciendo pasar una corriente de 10 A a través de ella durante 5.0 h. a) ¿Cuál es la tensión de bornes durante la carga? b) ¿Cuánta energía eléctrica se suministra en total a la batería durante la carga? c) ¿Cuánta energía eléctrica se disipa en la resistencia interna durante la carga? d) Ahora se descarga totalmente la batería a través de un resistor, de nuevo con una corriente constante de 10 A. ¿Cuál es la resistencia del circuito externo? e) ¿Cuánta energía eléctrica se suministra en total al resistor externo? f) ¿Cuánta energía eléctrica se disipa en total en la resistencia interna? g) ¿Por qué no son iguales las respuestas a los incisos (b) y (c)?

**25.80** Repita el problema 25.79 con corrientes de carga y descarga de 30 A. Los tiempos de carga y descarga serán ahora de 1.7 h en vez de 5.0 h. ¿Qué diferencias de comportamiento se observan?

### Problemas de desafío

**25.81** El coeficiente de temperatura de la resistividad  $\alpha$  está dado por

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$$

donde  $\rho$  es la resistividad a la temperatura  $T$ . Por esto se sigue la ecuación (25.6) si se supone que  $\alpha$  es constante y mucho menor que

$(T - T_0)^{-1}$ . a) Si  $\alpha$  no es constante, sino que está dado por  $\alpha = -n/T$ , donde  $T$  es la temperatura en Kelvin y  $n$  es una constante, demuestre que la resistividad está dada por  $\rho = a/T^n$  donde  $a$  es una constante. b) De acuerdo con la figura 25.9, se ve que una relación como ésta se podría usar como una aproximación burda de un semiconductor. A partir de los valores de  $\rho$  y  $\alpha$  correspondientes al carbono que se incluyen en las tablas 25.1 y 25.2, determine  $a$  y  $n$ . (En la tabla 25.1, suponga que "temperatura ambiente" significa 293 K). c) Con base en su resultado del inciso (b), determine la resistividad del carbono a -196°C y 300°C. (Recuerde expresar  $T$  en kelvin).

**25.82** La relación entre voltaje y corriente de un diodo semiconductor está dada por

$$I = I_s \left[ \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right]$$

donde  $I$  y  $V$  son la corriente a través del diodo y el voltaje entre sus bornes, respectivamente.  $I_s$  es una constante característica del dispositivo,  $e$  es la magnitud de la carga del electrón,  $k$  es la constante de Boltzmann y  $T$  es la temperatura Kelvin. Un diodo de esta clase está conectado en serie con un resistor con  $R = 1.00 \Omega$  y una batería con  $\mathcal{E} = 2.00$  V. La polaridad de la batería es tal que la dirección de la corriente a través del diodo tiene el sentido hacia adelante (Fig. 25.40). La resistencia interna de la batería es insignificante. a) Obtenga una ecuación de  $V$ . Dése cuenta que no es posible despejar  $V$  algebraicamente. b) El valor de  $V$  se debe obtener por un método numérico. Una estrategia consiste en probar con un valor de  $V$ , ver cómo son comparativamente los lados derecho e izquierdo de la ecuación con esta  $V$ , y emplear este resultado para afinar la conjetura con respecto a  $V$ . Con  $I_s = 1.50$  mA y  $T = 293$  K, obtenga una solución (exacta a tres cifras significativas) de la caída de voltaje  $V$  entre los bornes del diodo y de la corriente  $I$  que pasa a través de él.

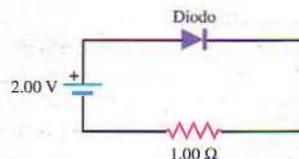


Figura 25.40 Problema de desafío 25.82.

**25.83** La resistividad de un semiconductor se modifica agregando diferentes cantidades de impurezas. Una barra de material semiconductor de longitud  $L$  y área de sección transversal  $A$  yace a lo largo del eje de las  $x$  entre  $x = 0$  y  $x = L$ . El material obedece la ley de Ohm, y su resistividad varía a lo largo de la barra de acuerdo con  $\rho(x) = \rho_0 \exp(-x/L)$ . El extremo de la barra que está en  $x = 0$  se halla a un potencial  $V_0$ , mayor que el del extremo que está en  $x = L$ . a) Halle la resistencia total de la barra y la corriente que pasa por ella. b) Halle la magnitud del campo eléctrico  $E(x)$  en la barra en función de  $x$ . c) Halle el potencial eléctrico  $V(x)$  en la barra en función de  $x$ . d) Grafique las funciones  $\rho(x)$ ,  $E(x)$  y  $V(x)$  con valores de  $x$  entre  $x = 0$  y  $x = L$ .

**25.84** Una fuente con fem  $\mathcal{E}$  y resistencia interna  $r$  está conectada a un circuito externo. a) Demuestre que la potencia de salida de la fuente es máxima cuando la corriente en el circuito es  $\frac{1}{2}$  de la corriente de cortocircuito de la fuente. b) Si el circuito externo consiste en una resistencia  $R$ , demuestre que la salida de potencia es máxima cuando  $R = r$ , y que la potencia máxima es  $\mathcal{E}^2/4r$ .